

Terahertz-Antwort von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen in GaAs-basierten Heterostrukturen

DISSERTATION

zur Erlangung des
Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

dem Fachbereich Physik
der Philipps-Universität Marburg



vorgelegt von

Torben Grunwald

aus Marburg

Marburg/Lahn, 2009

Terahertz-Antwort von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen in GaAs-basierten Heterostrukturen

DISSERTATION

zur Erlangung des
Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

dem Fachbereich Physik
der Philipps-Universität Marburg



vorgelegt von

Torben Grunwald

aus Marburg

Marburg/Lahn, 2009

Vom Fachbereich Physik der Philipps-Universität Marburg
als Dissertation angenommen am: 09.12.2009

Erstgutachter : PD. Dr. S. Chatterjee
Zweitgutachter : Prof. Dr. M. Kira

Tag der mündlichen Prüfung : 17.12.2009

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
1 Einleitung	1
2 Grundlegende Eigenschaften von GaAs	5
2.1 Kristallstruktur	5
2.2 Elektronische Bandstruktur und optische Absorption	6
2.3 Zweidimensionale GaAs-Heterostrukturen	9
3 Grundlegendes zur optischen Antwort von Halbleitern	15
3.1 Dielektrische Funktion und Suszeptibilität	16
3.1.1 Transversale und longitudinale Antwort	16
3.1.2 Einfache klassische und quantenmechanische Beschreibung durch das Oszillatormodell	20
3.2 Ladungsträgerplasmen	22
3.2.1 Suszeptibilität im Oszillatormodell	23
3.2.2 Lindhard-Formel und Abschirmung der Coulomb- Wechselwirkung	26
3.2.3 Lindhard-Formel in zweidimensionalen Systemen	30
3.3 Exzitonen	31
3.3.1 Suszeptibilität bezüglich der Interbandübergänge	32
3.3.2 Exzitonenionisation und Elektron-Loch-Plasma	36
3.4 Zur Theorie der THz-Antwort von Ladungsträgerplasmen und Exzitonen	39
4 Experimentelle Methodik: THz-Zeitbereichspektroskopie	43
4.1 Erzeugung und kohärente Detektion von THz-Impulsen	43
4.1.1 THz-Erzeugung durch photoleitende Emitter	44
4.1.2 Elektro-Optische THz-Detektion	45
4.2 Optische-Anrege-THz-Abfrage-Zeitbereichspektroskopie	47
4.2.1 Das Prinzip der zeitaufgelösten Anrege-Abfrage-Spektroskopie	47
4.2.2 Der Aufbau des Spektrometers	48
4.2.3 Datenerfassung	54

4.3	Datenverarbeitung	55
4.3.1	Berechnung der spektralen Daten aus den gemessenen THz-Zeitspuren	55
4.3.2	Berechnung der dielektrischen Funktion aus den spektralen Messdaten	59
5	THz-Antwort von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen	63
5.1	(GaIn)As/GaAs-Quantenfilm	64
5.1.1	Aufbau und Charakterisierung der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe	64
5.1.2	THz-Antwort bei nichtresonanter Anregung und hohen Temperaturen	66
5.1.3	THz-Antwort bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons und tiefen Temperaturen	73
5.2	Zweidimensionales Elektronengas	80
5.2.1	Aufbau und Charakterisierung der 2DEG-Probe	81
5.2.2	THz-Antwort des zweidimensionalen Elektronengases	89
6	Zusammenfassung	95
A	Anhang: Transfer-Matrix-Algorithmus	99
A.1	Einführende Betrachtungen zum Transfer-Matrix-Algorithmus	99
A.2	Transfer-Matrix-Kalkulation für die Quantenfilmprobe	102
A.3	Transfer-Matrix-Kalkulation für die 2DEG-Heterostruktur	106
	Literaturverzeichnis	109
	Danksagung	113

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schema einer Zinkblendestruktur	6
2.2	Bandstrukturschema von GaAs in der Umgebung der fundamentalen Bandlücke	8
2.3	Bandstrukturschema eines (AlGa)As/GaAs-Übergangs zur Bildung eines 2DEG	11
2.4	Schema der Bandstrukturen verschiedener Quantenfilme	12
3.1	Schema der dielektrischen Funktion eines Plasmas im Limes langer Wellenlängen	24
3.2	Schema eines statisch abgeschirmten Coulomb-Potentials	29
3.3	Schema der optischen Absorption unter Berücksichtigung von Exzitonen	35
3.4	Schematische Darstellung der Exzitonenionisation am Beispiel der optischen Absorption	38
4.1	Schematischer Aufbau eines photoleitenden THz-Emitters	44
4.2	Absolutbetrag der Detektorantwort des ZnTe-Kristalls in Abhängigkeit der THz-Frequenz	46
4.3	Schema des Prinzips der Anrege-Abfrage-Experimente	48
4.4	Schematischer Aufbau des THz-Spektrometers für Optische-Anrege-THz-Abfrage-Experimente	50
4.5	Schematischer Aufbau des Spektrometers für Optische-Anrege-optische-Abfrage-Experimente	53
4.6	Veranschaulichung des Leck-Effektes bei diskreten Fouriertransformationen	57
4.7	Typische Freiraum-THz-Zeitspur und zugehöriges Spektrum	58
5.1	Schematischer Aufbau der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe	65
5.2	Lineare Absorptionsspektren der untersuchten (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe	66
5.3	Transfer-Matrix-Korrekturfaktor der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe	68

5.4	Dielektrische Funktion des Quantenfilms für verschiedene Ladungsträgerdichten bei Kontinuumsanregung	69
5.5	$\text{Im}(-1/\epsilon)$ des Quantenfilms für verschiedene Ladungsträgerdichten bei Kontinuumsanregung	70
5.6	Dichteabhängigkeit der Plasmaresonanz des Quantenfilms bei Kontinuumsanregung	71
5.7	Dielektrische Funktion des Quantenfilms für verschiedene Ladungsträgerdichten bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons	74
5.8	Exzitonenanteil im Quantenfilm in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons	76
5.9	$\text{Im}(-1/\epsilon)$ des Quantenfilms für verschiedene Ladungsträgerdichten bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons	77
5.10	Dichteabhängigkeit der Resonanz des Quantenfilms bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons	78
5.11	Ausbleichen der 1s-hh-Exzitonenlinie der optischen Interbandabsorption in Abhängigkeit von der Anregungsdichte	80
5.12	Schematischer Aufbau der 2DEG-Probe	81
5.13	Kontaktierungsschema der 2DEG-Probe	82
5.14	Bandstrukturschema der 2DEG-Probe in Abhängigkeit der Chrom-Kontakt-Spannung	83
5.15	Kontaktierungsschema für van-der-Pauw-Messungen	84
5.16	Gemäß der van-der-Pauw-Methode gemessene Ladungsträgerdichte des 2DEG	85
5.17	Strom-Spannungs-Kennlinie des 2DEG	87
5.18	Schaltschema für Kapazitätsmessungen des 2DEG	88
5.19	Kapazität des 2DEG in Abhängigkeit der Chrom-Kontakt-Spannung	89
5.20	Transfer-Matrix-Korrekturfaktor der 2DEG-Probe	91
5.21	Dielektrische Funktion des 2DEG für verschiedene Ladungsträgerdichten	92
5.22	$\text{Im}(-1/\epsilon)$ des 2DEG für verschiedene Ladungsträgerdichten	93
5.23	Dichteabhängigkeit der Plasmaresonanz des 2DEG	94
A.1	Transfer-Matrix-Modell einer Grenzfläche zwischen zwei Materialschichten	100
A.2	Transfer-Matrix-Modell der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe	102
A.3	Transfer-Matrix-Korrekturfaktor der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe	105
A.4	Transfer-Matrix-Modell der 2DEG-Heterostruktur	106
A.5	Transfer-Matrix-Korrekturfaktor der 2DEG-Probe	108

1 Einleitung

Vielteilchensysteme sind in der Natur quasi allgegenwärtig. Sie spielen von kosmischen Maßstäben, bis in den subatomaren Bereich hinein eine wichtige Rolle. Ihre ungeheure Komplexität basiert dabei meist auf einfachen Naturgesetzen. Im kosmischen Maßstab ist es hauptsächlich die Gravitation, welche das Verhalten von Sternen- und Planetensystemen bestimmt. Im atomaren und subatomaren Maßstab ist es hingegen die elektrostatische Coulomb-Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen, die unser Leben vielfältig beeinflusst. Beide Kräfte, Gravitation und Coulomb-Kraft, lassen sich zudem in analoger Weise beschreiben. Im Gegensatz zu ihren kosmischen Vertretern können mikroskopische Vielteilchensysteme in Form von Ladungsträgersystemen naturgemäß vergleichsweise einfach im Labor unter verschiedenen Bedingungen studiert werden. Hier kommen Halbleiter ins Spiel, da sie hervorragende Möglichkeiten zur Untersuchung von Ladungsträgersystemen in unterschiedlichen Situationen bieten.

In Halbleitern lassen sich Ladungsträger durch optische Anregung von Interbandübergängen erzeugen. Im einfachsten Fall liegen freie Ladungsträger in Form eines Ladungsträgerplasmas vor. Unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern können, abhängig von den vorliegenden Umgebungsbedingungen, unterschiedliche Quasiteilchen und Anregungen entstehen. Als Beispiele sind hier gebundene Elektron-Loch-Paare als Analogon zum Wasserstoff- oder Positroniumatom, sowie Plasmadichteschwingungen als elementare Anregung eines Plasmas zu nennen. Die entsprechenden Quasiteilchen der gebundenen Elektron-Loch-Paare bezeichnet man als Exzitonen, die Quasiteilchen der Plasmadichteschwingung als Plasmonen. Um das Verhalten von Exzitonenpopulationen und Plasmen zu studieren, betrachtet man die charakteristischen Resonanz- und Übergangsfrequenzen dieser Zustände. Im Falle der Exzitonen sind dies intraexzitonische Übergänge von einem niederen Exzitonenzustand in einen höheren, beispielsweise von einem $1s$ - in einen $2p$ -Zustand. Im Falle des Ladungsträgerplasmas ist dies die sogenannte Plasmafrequenz, welche z.B. Rückschlüsse auf die Dichte des Ladungsträgerplasmas zulässt. Damit lassen sich diese Zustände direkt beobachten, analog zur Atomspektroskopie, welche atomare Elemente auch durch Messung charakteristischer intra-atomarer Übergänge nachweist. Sowohl die Plasmafrequenz als auch die intraexzitonischen Übergangsfrequenzen im Halbleiter

liegen jedoch energetisch in der Größenordnung einiger meV, was Frequenzen im THz¹-Bereich entspricht [Gro94, Č96, Kir06].

Der THz-Frequenzbereich umfasst elektromagnetische Felder mit Frequenzen von etwa 100 GHz bis 10 THz. Der entsprechende Wellenlängenbereich erstreckt sich von 3 mm bis 30 μm und liegt damit zwischen der Mikrowellenstrahlung und dem Ferninfraroten des optischen Spektralbereiches. Lange Zeit war dieser Zwischenbereich aufgrund mangelnder leistungsfähiger Technik zur Erzeugung und Detektion von THz-Strahlung weder aus dem Mikrowellenbereich heraus mit elektronischer Hochfrequenztechnik, noch aus dem Ferninfraroten mit optischen Methoden zugänglich. Ein nutzbarer Zugang zu diesem Frequenzbereich erschloss sich im Wesentlichen erst durch die fortschreitende Entwicklung von ultrakurzen Lasersystemen in den letzten beiden Jahrzehnten, sowie durch Fortschritte in der Elektrooptik. Erste Meilensteine stellten die Erzeugung und Detektion von THz-Impulsen sowohl durch optische Gleichrichtung [Bas62, Hu90, Chu92, Xu92, Ric94] und elektro-optisches Abtasten [Aus84b], als auch mittels photoleitender Dipolantennen dar [Aus84a]. Rasch folgte die Entwicklung der ersten THz-Optiken [Fat88, Fat89]. Seitdem steht mit der THz-Zeitbereichsspektroskopie eine leistungsfähige Spektroskopiemethode zur Verfügung.

Mittels optischer-Anrege-THz-Abfrage-Spektroskopie wurde in einem grundlegenden Experiment der ultraschnelle Aufbau der THz-Antwort eines durch optische Anregung erzeugten Elektron-Loch-Plasmas in einer GaAs-Volumenprobe gemessen [Hub01]. Insbesondere wurde an einem dreidimensionalen Elektron-Loch-Plasma die Zeitentwicklung einer Plasmaresonanz in der transversalen inversen dielektrischen Funktion untersucht und Rückschlüsse auf den Aufbau der Abschirmung zwischen Ladungsträgern gezogen.

In Anlehnung daran wird in dieser Arbeit die THz-Antwort zweier verschiedener zweidimensionalen Ladungsträgersysteme diskutiert. Dies umfasst die Betrachtung eines Elektron-Loch-Plasmas und eines durch Exzitonen dominierten Ladungsträgersystems in einer (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe, sowie ein reines zweidimensionales Elektronengas (2DEG)².

Zunächst wird in Kapitel 2 eine Einführung in die relevanten Eigenschaften des Halbleitermaterials GaAs, sowie seiner Legierungshalbleiter gegeben. Außerdem werden im Hinblick auf die im Experiment verwendeten Probenstrukturen wichtige GaAs-basierte Halbleiterheterostrukturen zur Realisierung von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen erläutert. In Kapitel 3 folgt ein Überblick über mehrere Modelle zur Beschreibung der Antwort verschiedener Ladungsträgersysteme auf

¹Terahertz, 1 THz = 10^{12} Hz

²engl. **2** dimensional **e**lectron **g**as

Anregung durch Licht. Diese basieren auf der Suszeptibilität und der dielektrischen Funktion als grundlegende Größen zur Beschreibung der Materialantwort. Dabei wird insbesondere auf die Unterscheidung zwischen longitudinaler und transversaler Antwort eingegangen. Es werden die entsprechenden Eigenschaften eines Ladungsträgerplasmas am Beispiel eines Elektronengases in drei- und zweidimensionalen Systemen beschrieben, sowie die Verknüpfung zur Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung zwischen Ladungsträgern. Weiter werden relevante Eigenschaften der Exzitonen erläutert und es wird auf den für ansteigende Ladungsträgerdichten stattfindenden Übergang von einem exzitonischen System zu einem Elektron-Loch-Plasma eingegangen. Anschließend wird eine mikroskopische Theorie der THz-Antwort von Ladungsträgersystemen unter Berücksichtigung von Vielteilcheneffekten [Kir06, Gol08, Gol09] skizziert. Die experimentelle Methodik wird in Kapitel 4 präsentiert. Die im Experiment verwendeten Techniken der THz-Erzeugung durch einen photoleitenden Emitter, sowie die THz-Detektion durch elektro-optisches Abtasten werden kurz erläutert. Das dem Experiment zugrunde liegende Prinzip der zeitaufgelösten Anrege-Abfrage-Technik wird vorgestellt. Anschließend wird der Aufbau und die Funktionsweise des Spektrometers verdeutlicht. Das Spektrometer verbindet die optische-Anrege-THz-Abfrage-Technik mit der Möglichkeit zur Durchführung von optischen Anrege-Abfrage-Experimenten im Nahinfraroten unter identischen Probenbedingungen. Weiterhin wird die Datenerfassung und Verarbeitung der gemessenen Rohdaten bis hin zur korrekten Auswertung der dielektrischen Funktion verdeutlicht.

In Kapitel 5 werden die experimentellen Ergebnisse präsentiert, diskutiert und mit Rechnungen basierend auf der in Kapitel 3 vorgestellten mikroskopischen Theorie der THz-Antwort verglichen. Neben der dielektrischen Funktion wird die Analyse insbesondere auch auf den negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion ausgedehnt. Bei Betrachtung dieser Größe lassen sich Plasmaresonanzen besonders einfach identifizieren. Zunächst wird das Verhalten eines zweidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas in einem (GaIn)As/GaAs-Quantenfilm untersucht. Es wird gezeigt, dass im negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion Plasmaresonanzen auftauchen, wie sie auch für dreidimensionale Ladungsträgersysteme durch Huber et al. [Hub01] beobachtet wurden. Insgesamt verhält sich die transversale THz-Antwort eines zweidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas analog zu einem dreidimensionalen System. Die Unterschiede zur etablierten Dimensionsabhängigkeit der longitudinalen Antwort eines Plasmas nach Lindhard [Lin54, Ste67] werden diskutiert. Im Anschluss wird unter anderen Probenbedingungen in demselben (GaIn)As/GaAs-Quantenfilm der Übergang eines für kleine Ladungsträgerdichten durch Exzitonen beherrschten Ladungsträgersystems hin zu einem Elektron-Loch-Plasma bei hohen Dichten studiert. Man beobachtet nicht erst für ein Plasma im Hochdichteregime, sondern

auch bereits für Exzitonen bei schwachen Anregungsdichten eine Resonanz in dem negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion. Eine kurze Analyse erklärt das Auftauchen von derartigen exzitonischen Resonanzen und grenzt diese von den vorher beobachteten Plasmaresonanzen ab. Es wird gezeigt, dass sich das Ladungsträgersystem bereits plasma-artig zu verhalten beginnt, obwohl noch ein signifikanter Anteil von Exzitonen im System vorhanden ist und die Mott-Dichte bei weitem noch nicht erreicht wird. Als zweites zweidimensionales Ladungsträgersystem wird in Analogie zum Elektron-Loch-Plasma des Quantenfilms ein reines zweidimensionales Elektronengas in einer GaAs-Heterostruktur untersucht, basierend auf einer Transistorstruktur für hohe Elektronenbeweglichkeit (HEMT)³. Hier kann sowohl in der dielektrischen Funktion, als auch im Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion ebenfalls ein Verhalten entsprechend eines dreidimensionalen Plasmas beobachtet werden. Man findet zwar eine gute Übereinstimmung zur mikroskopischen Theorie, allerdings auch Abweichungen zum klassischen Drude-Modell. Diese Abweichungen können zwar durch die Berücksichtigung von Vielteilcheneffekte erklärt werden, allerdings bleibt in diesem Fall unklar, inwieweit die Probenstruktur selbst nicht doch zusätzlichen Einfluss auf die THz-Antwort nehmen könnte. Abschließend wird eine Zusammenfassung der wissenschaftlichen Ergebnisse in Kapitel 6 gegeben.

³engl. **h**igh **e**lectron **m**obility **t**ransistor

2 Grundlegende Eigenschaften von GaAs

Die in dieser Arbeit präsentierten Messungen sind an GaAs-basierenden Proben durchgeführt worden. Daher wird im Folgenden der Vollständigkeit halber kurz auf grundlegende Eigenschaften von GaAs und der entsprechenden Heterostrukturen eingegangen. In Abschnitt 2.1 wird dazu die relevante Kristallstruktur erläutert, sowie in Abschnitt 2.2 die elektronische Bandstruktur und die damit einhergehenden optischen Absorptionseigenschaften. Letztlich wird in Abschnitt 2.3 eine kurze Einführung in das Konzept der Halbleiter-Heterostrukturen zur Realisierung zweidimensionaler Systeme gegeben.

2.1 Kristallstruktur

Die Kristallstruktur und ihre Periodizität bestimmen maßgeblich die elektronischen Eigenschaften eines Kristalls. Elemente, deren Atome im Kristall durch sp^3 -Hybridorbitale kovalente Bindungen mit ihren Nachbaratomen eingehen, kristallisieren in der Diamantstruktur. Diese ist nach ihrem prominentesten Vertreter benannt und besteht aus einem kubisch flächenzentrierten Gitter mit zweiatomiger Basis. Somit sitzen statt einem Atom nun zwei Atome auf den entsprechenden Gitterplätzen, wobei jedoch das zweite Atom in diesem Falle immer um eine viertel Raumdiagonale gegenüber dem ersten verschoben ist. Alternativ lässt sich diese Struktur damit auch durch zwei ineinander geschobene flächenzentrierte Untergitter darstellen.

Sind die beiden Untergitter mit unterschiedlichen Atomsorten besetzt, so spricht man auch von einer Zinkblendestruktur. Abbildung 2.1 zeigt eine entsprechende Illustration. In der Zinkblendestruktur kristallisieren hauptsächlich III-V-Halbleiterverbindungen wie z.B. GaAs, sowie einige II-VI-Halbleiterverbindungen, insbesondere auch ZnTe.

Im Gegensatz zur Diamantstruktur liegen bei der Zinkblendestruktur zwischen den Atomen nicht mehr rein kovalente Bindungen durch sp^3 -Hybridorbitale

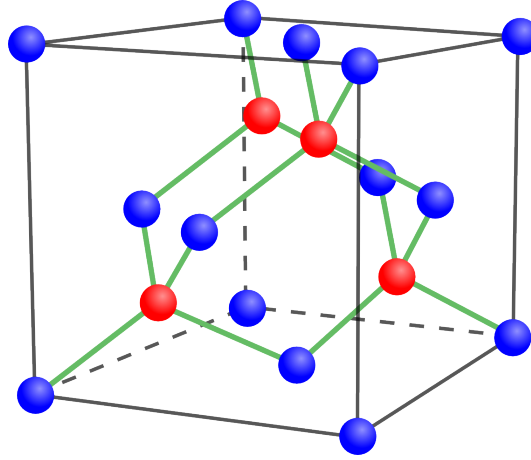


Abbildung 2.1: Zinkblende-Kristallstruktur mit zwei verschiedenen Atomsorten rot und blau. Die Bindungen zwischen den Atomen sind durch grüne Linien angedeutet.

vor, sondern es treten zusätzlich ionische Bindungsbeiträge auf. Die Atome der kleineren Hauptgruppe müssen nun ein oder zwei Elektronen der anderen Atomsorte aufnehmen, damit beide Atomsorten eine sp^3 -Hybridkonfiguration annehmen können, was zu den ionischen Bindungsbeiträgen führt.

2.2 Elektronische Bandstruktur und optische Absorption

Zusätzlich zu dem Kristallgitter im realen Ortsraum definiert man noch ein sogenanntes reziprokes Gitter im k -Raum¹. Die Basisvektoren $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ des reziproken Gitters entstehen aus den Basisvektoren \vec{a}_1, \vec{a}_2 und \vec{a}_3 des Ortsraumes durch

$$\vec{b}_i = 2\pi \frac{\vec{a}_j \times \vec{a}_k}{V_E}, \quad i \neq j, k, \quad (2.1)$$

wobei V_E das Volumen der Einheitszelle im Ortsraum bezeichnet. Als Elementarzelle im reziproken Raum wählt man im Allgemeinen ein Polyeder, das durch die Ebenen begrenzt wird, die durch die Mittelpunkte der Basisvektoren \vec{b}_i gehen und senkrecht zu ihnen stehen. Dieses Polyeder beinhaltet das Volumen am nächsten zum betrachteten reziproken Gitterpunkt und wird erste Brillouinzone genannt.

¹Quasi-Impulsraum

Zur Beschreibung von optischen und elektronischen Eigenschaften von Festkörpern, insbesondere Halbleitern, hat sich bereits seit geraumer Zeit das Bandstrukturmodell im k -Raum etabliert. Der Verlauf der Bandstruktur hängt von dem Quasi-Impuls \vec{k} ab und ist periodisch in einem Gittervektor. Aufgrund dieser Periodizität genügt eine einschränkende Betrachtung auf die erste Brillouinzone zur Charakterisierung der Bandstruktur im ganzen k -Raum. Zur Beschreibung optischer Experimente unterscheidet man im Wesentlichen zwischen Valenz- und Leitungsbandern, welche die erlaubten Zustände für Ladungsträger beherbergen. Das energetisch oberste Valenzband wird durch eine Bandlücke der energetischen Breite E_g vom untersten Leitungsband getrennt. Das so genannte Ferminiveau E_F bezeichnet das chemische Potential der Elektronen und gibt an, bis zu welcher Energie Zustände mit Elektronen aufgefüllt werden. Bei undotierten Halbleitern befindet sich das Ferminiveau E_F in der Regel zwischen den Bändern innerhalb der Bandlücke. Für eine Temperatur von $T = 0\text{ K}$ verläuft die Besetzungswahrscheinlichkeit der Elektronen strikt stufenförmig, d.h. alle Zustände unterhalb des Ferminiveaus werden besetzt und darüber keine. Somit befinden sich alle Elektronen in den voll aufgefüllten Valenzbändern und die Zustände des Leitungsbandes sind leer. Die Elektronen sind damit in erster Näherung noch an ihre zugehörigen Atomrümpfe gebunden. Für Temperaturen $T > 0$ weicht die Verteilungsfunktion der Elektronen um das Ferminiveau herum mit steigender Temperatur immer mehr auf. Knapp unterhalb des Ferminiveaus sinkt die Besetzungswahrscheinlichkeit ab, während sie sich knapp oberhalb des Ferminiveaus erhöht. Im Allgemeinen ist das Ferminiveau temperaturabhängig. Bei Temperaturen $T > 0$, oder durch äußere Anregung, z.B. optische Absorption, können Elektronen in ein Leitungsband übergehen, sofern sie genügend Energie zur Überbrückung der Bandlücke E_g besitzen. Dabei lassen sie ein "Loch" im Valenzband zurück. Diesen Vorgang bezeichnet man als Interbandübergang. In teilweise gefüllten Bändern können sich Ladungsträger frei bewegen und tragen somit zur elektrischen Leitfähigkeit des Festkörpers bei. Dies ist bei Elektronen im Leitungsband der Fall, oder analog für Löcher in den Valenzbändern. Die fundamentale Bandlücke E_g von GaAs beträgt bei Raumtemperatur 1,41 eV und bei einer Temperatur von etwa 5 K 1,52 eV. In der Umgebung der fundamentalen Bandlücke können die Valenz- und Leitungsbander parabolisch genähert werden, um die Betrachtung zu vereinfachen.

Abbildung 2.2 zeigt ein schematisches Bild der Bandstruktur von GaAs in der Umgebung der fundamentalen Bandlücke. Die unterschiedliche Bandkrümmung der Bänder wird durch unterschiedliche effektive Massen der zugehörigen Zustände verursacht. Das unterste Leitungsband wird durch das Kürzel (c)² gekennzeichnet.

²engl.: conduction

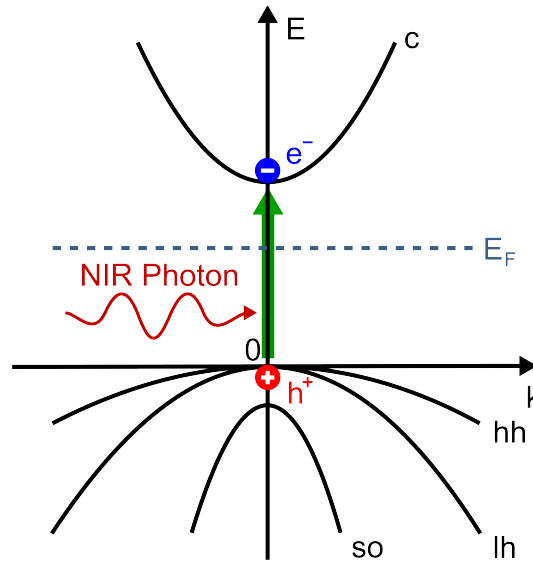


Abbildung 2.2: Schematische Abbildung der Bandstruktur von GaAs in der Umgebung der fundamentalen Bandlücke im k -Raum. Der Graph zeigt das unterste Leitungsband (c), das Schwerloch-Valenzband (hh), das Leichtloch-Valenzband (lh) und das Split-Off-Valenzband (so). Das Fermi-niveau wird mit E_F bezeichnet. Durch Absorption eines nahinfraroten Photons kann ein Elektron (blau) mittels eines Interbandüberganges in das Leitungsband angehoben werden. Im Valenzband bleibt ein positiv geladenes Loch (rot) zurück.

net. Die relevanten Valenzbänder unterscheidet man in Schwerloch-Valenzband (hh)³, Leichtloch-Valenzband (lh)⁴ und Split-Off-Valenzband (so)⁵. Das Split-Off-Valenzband ist aufgrund der Spin-Bahn-Wechselwirkung zwischen Elektronen und Atomkernen energetisch abgesenkt. Die Generierung von freien Ladungsträgern durch Interbandübergänge ist hier als senkrechter Übergang angedeutet, da der Photonenimpuls und damit auch der k -Übertrag verschwindend gering ist.

Vernachlässigt man die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den auf diese Weise erzeugten freien Ladungsträgern, so ergibt sich für die optische Absorption folgendes Bild: Unterhalb einer bestimmten Photonenenergie, die der fundamentalen Bandlücke entspricht, ist der Halbleiter quasi transparent, da die Photonenenergie für Interbandübergänge nicht ausreicht. Oberhalb dieser Energie findet Absorption

³engl.: **heavy hole**

⁴engl.: **light hole**

⁵engl.: **split off**

von Photonen durch Interbandübergänge und damit Erzeugung freier Ladungsträger statt. Die Absorption verhält sich dabei proportional zur kombinierten Zustandsdichte des Valenz- und Leitungsbandes, was zu einer mit steigender Energie wurzelförmig zunehmenden Absorption im Fall eines dreidimensionalen Systems und zu einer konstanten Absorption für ein zweidimensionales System führt. Zweidimensionale Systeme werden im folgenden Abschnitt 2.3 beschrieben. Den Übergang zur Transparenz an der Bandlückenenergie bezeichnet man als Bandkante.

Unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern ergeben sich jedoch zusätzliche Effekte. Am auffallendsten ist dabei die Bildung eines diskreten Spektrums knapp unterhalb der Bandkante, hervorgerufen durch gebundene Elektron-Loch-Paare, genannt Exzitonen. Diese werden in einem späteren Kapitel ausführlicher dargestellt.

2.3 Zweidimensionale GaAs-Heterostrukturen

Wie bereits angedeutet, wird die Bandstruktur hauptsächlich durch die Kristallstruktur bestimmt. Mittels moderner Epitaxieverfahren wie beispielsweise MBE⁶ oder MOCVD⁷ ist es mittlerweile möglich, neben binären auch ternäre oder quaternäre Halbleiterlegierungen herzustellen, sowie verschiedene Halbleiter unterschiedlicher Eigenschaften aufeinander kristallin aufzuwachsen. Dies ermöglicht die zusätzliche Manipulation der elektronischen Eigenschaften, insbesondere der Bandstruktur. Beispielsweise kann man die binären Halbleiter AlAs und GaAs mischen, um die ternäre Legierung $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ⁸ zu erhalten. Beide binären Halbleiter besitzen dieselbe Kristallstruktur, wie auch die resultierende Legierung. Der Gitterabstand von AlAs und GaAs ist ebenfalls nahezu identisch, was das Wachstum einer nahezu störungsfreien, verspannungsarmen ternären Verbindung ermöglicht. Der Kompositionsparameter $0 < x < 1$ bezeichnet bei der verwendeten Schreibweise den Anteil an AlAs, $1 - x$ entsprechend den Anteil von GaAs in der Halbleiterlegierung. In erster Näherung nimmt man einen linearen Zusammenhang der Bandlücke zum Mischungsverhältnis an, entsprechend den Verhältnissen der einzelnen binären Halbleiter gemittelt. Oft wird in der Realität jedoch aufgrund von Unordnungseffekten im Kristall eine leicht parabolische Abhängigkeit der Bandlücke vom Parameter x beobachtet. Je nach Wahl der Komposition lässt

⁶Molekularstrahlepitaxie, engl.: **m**olecular **b**eam epitaxy

⁷Metallorganische Gasphasenepitaxie, engl.: **m**etal**o**rganic chemical **v**apor **d**eposition

⁸Alternative Schreibweise ohne Angabe des Kompositionsparameters x : (AlGa)As

sich so die Bandlücke von beispielsweise (AlGa)As beliebig zwischen den beiden Bandlücken von GaAs und AlAs variieren.

Durch Nutzung dieser Epitaxieverfahren und der damit herstellbaren Legierungen eröffnen sich neue Möglichkeiten zur Konstruktion von Halbleiterstrukturen mit quasi-niederen Dimensionen. Dazu werden Heterostrukturen gewachsen, welche aus mehreren Schichten verschiedener (Legierungs-)Halbleiter mit unterschiedlichen Energieniveaus für Valenz- und Leitungsbander bestehen. Die Schärfe eines Übergangs zweier Schichten kann im Bereich einer Atomlage liegen, die Bandlücke ändert sich damit also über Distanzen von atomarer Größenordnung. Dabei kann die Bewegungsfreiheit von Ladungsträgern in den Bändern in eine oder mehrere Richtungen des Ortsraumes durch Potentialstufen an den Übergängen eingeschränkt werden. In der Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung der verschiedenen Schichten können sich die Ladungsträger dann noch frei bewegen. Im Falle von zweidimensionalen Strukturen spricht man von Quantenfilmen, bei eindimensionalen Strukturen von Quantendrähten und bei nulldimensionalen Strukturen von Quantenpunkten. Im Folgenden werden jedoch nur zweidimensionale Strukturen betrachtet.

Eine einfache Realisation durch Heterostrukturen wird durch das Wachsen von zwei unterschiedlichen (Legierungs-)Halbleiter aufeinander gegeben. Sind die Bandlücken und die Fermi-niveaus (gegebenenfalls durch Dotierung) der beiden Legierungen passend gewählt, können sich die Leitungs- und Valenzbänder der beiden zusammengebrachten (Legierungs-)Halbleiter wie in Zeichnung 2.3 dargestellt anordnen. Im thermodynamischen Gleichgewicht stellt sich das Fermi-niveau als chemisches Potential gleichmäßig über die Grenzfläche zwischen den beiden Halbleitermaterialien hinweg ein, was zu einer Bandverbiegung der Bänder in der Grenzflächenumgebung über Distanzen der Größenordnung einiger 10 nm führt. Im Leitungsband bildet sich so ein dreieck-ähnlicher Potentialverlauf für Elektronenzustände, deren Bewegungsmöglichkeit dadurch in Wachstumsrichtung eingeschränkt ist, sofern ihre Energie unterhalb des Potentialwalls liegt. Parallel zur Grenzfläche ist jedoch weiterhin eine freie Bewegung möglich. Die Wellenfunktionen für die ersten beiden in Wachstumsrichtung quantisierten Zustände in diesem Potentialverlauf sind schematisch angedeutet. Liegt das Fermi-niveau E_F höher als der unterste Zustand, so kann sich bereits ohne äußere Anregung ein zweidimensionales Elektronengas bilden. Die optischen Eigenschaften eines derartigen Elektronengases werden im Laufe dieser Arbeit untersucht. Im Gegensatz zu der Situation bei den später beschriebenen Quantenfilmen existiert hier keine Einschränkung der Bewegungsmöglichkeit für Löcher im Valenzband. Die Quantisierung betrifft daher ausschließlich Elektronenzustände.

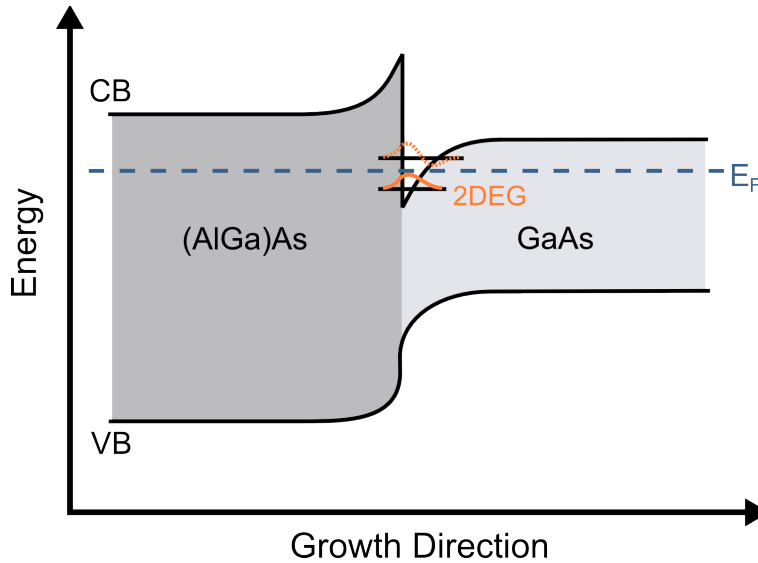


Abbildung 2.3: Schematische Abbildung der möglichen Bandstruktur eines (AlGa)As/GaAs-Übergangs. Die Energie wird gegen die Wachstumsrichtung im Ortsraum aufgetragen. CB bezeichnet das Leitungsband, VB das Valenzband und E_F die Fermienergie. Durch Bandverbiegung am Grenzübergang der beiden Halbleitermaterialien bilden sich im Leitungsband dreieck-ähnliche Potentialverläufe. Die ersten beiden quantisierten Zustände sind angedeutet. Der unterste Zustand liegt unterhalb des Fermi-niveaus und ist damit mit Elektronen besetzt. Es bildet sich ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG).

Diese einfachen Heterostrukturen werden mittlerweile für viele wichtige Halbleiterbauelemente, wie z.B. Feld-Effekt-Transistoren oder Transistoren mit hoher Elektronenbeweglichkeit (HEMT⁹) verwendet. An einer ähnlichen Struktur lassen sich sowohl der Quanten-Hall-Effekt messen, wofür Klaus von Klitzing den Physik-Nobelpreis erhielt [Kli80], wie auch der Fraktionale-Quanten-Hall-Effekt, welcher von D.C. Tsui und H.L.Störmer gemessen [Tsu82] und ebenfalls mit einem Physik-Nobelpreis bedacht wurde.

Eine Alternative zur Erzeugung von zweidimensionalen Systemen stellt die Einbettung der Schicht eines (Legierungs-)Halbleiters zwischen zwei Schichten einer anderen Legierung dar. Man spricht dann von einem Quantenfilm (QW¹⁰). Dies

⁹engl. **h**igh **e**lectron **m**obility **t**ransistor

¹⁰engl. **q**uantum **w**ell

kann auch mehrmals hintereinander durchgeführt werden, um Mehrfachquantenfilme (MQW) zu erhalten. Durch unterschiedliche Bandlückenenergien bilden sich in erster Näherung rechteckartige Potentialtöpfe zwischen Barrieren aus, sowohl im Leitungs-, als auch im Valenzband. Damit werden Zustände in Wachstumsrichtung quantisiert, sofern ihre Energie zur Überwindung der Barrieren nicht ausreicht. Mögliche Realisierungen unter Verwendung von GaAs, (AlGa)As und (GaIn)As sind in Abbildung 2.4 dargestellt.

Aufgrund der unterschiedlichen effektiven Massen für Schwer- und Leichtlochzustände erhält man im Valenzband unterschiedliche Quantisierungsenergien.

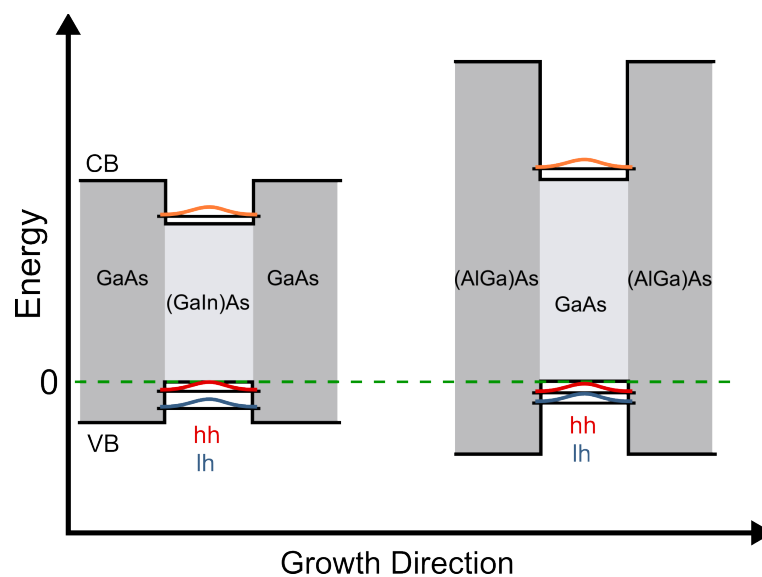


Abbildung 2.4: Schematische Abbildung der Bandstruktur von GaAs/(AlGa)As- und (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmen. Die Energie wird gegen die Wachstumsrichtung im Ortsraum aufgetragen. Das Kürzel CB bezeichnet das Leitungsband und VB das Valenzband. In beiden Strukturen kommt es zur Ausbildung eines in erster Näherung rechteckigen Potentialtopfes zwischen zwei Barrieren. In Wachstumsrichtung quantisierte Grundzustände sind sowohl für Elektronen im Leitungsband (orange), als auch für Löcher der Valenzbänder (blau und rot) angedeutet. Die unterschiedlichen Energieniveaus der Valenzbandzustände sind mit hh für das Schwerlochband und lh für das Leichtlochband gekennzeichnet. Im Falle von (GaIn)As ist die energetische Separation der Lochzustände größer als bei (AlGa)As.

Unter Umständen können auftretende Verspannungen Leicht- und Schwerlochzustände noch weiter separieren. Dies ist beispielsweise beim (GaIn)As/GaAs-Quantenfilm der Fall, da InAs im Gegensatz zu AlAs eine von GaAs bedeutend abweichende Gitterkonstante besitzt, so dass je nach In-Anteil starke Verspannungen im Kristall auftreten können. Neben dem oben beschriebenen zweidimensionalen Elektronengas werden im Rahmen dieser Arbeit auch Messungen an (GaIn)As/GaAs-Mehrfachquantenfilmen durchgeführt.

3 Grundlegendes zur optischen Antwort von Halbleitern

In diesem Kapitel wird eine Einführung in die grundlegenden Modelle zur Beschreibung der optischen Antwort von Halbleitern gegeben. Dabei werden sowohl freie Ladungsträger als auch durch Coulomb-Wechselwirkung miteinander wechselwirkende Ladungsträger betrachtet. Hinsichtlich des Experimentes wird besonders auf die Eigenschaften von Exzitonen, Ladungsträgerplasmen und Plasmaschwingungen eingegangen. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Begriff der “optischen Antwort” im verallgemeinerten Sinne auch für Licht im nicht sichtbaren Spektralbereich, insbesondere für den ferninfraroten THz-Frequenzbereich, verwendet. Zur besseren Verständlichkeit der in dieser Arbeit beschriebenen Experimente und den entsprechenden Ergebnissen wird eine etwas ausführlichere Einführung gewählt, um einen guten Überblick zu bieten. Ein Großteil der nachfolgend zusammengefassten und weitere, darüber hinausgehende Informationen finden sich in lehrbuchartiger Darstellung beispielsweise in [Hau84, Pey93, Hau04, Iba02, Kli05, Kir06].

Im ersten Abschnitt 3.1 wird ausgehend von den Maxwellgleichungen die Antwortfunktion von Materie auf optische Anregung eingeführt. Anschließend werden ihre wesentlichen Eigenschaften im Rahmen einer einfachen klassischen und quantenmechanischen Beschreibung erläutert. Im Anschluss wird in Abschnitt 3.2 die optische Antwort eines Ladungsträgerplasmas am Beispiel eines freien Elektronengases in drei- sowie zweidimensionalen Halbleitersystemen beschrieben und eine Verknüpfung zur Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung aufgezeigt. Daraufhin wird in Abschnitt 3.3 kurz auf das Modell für Exzitonen als gebundene Elektron-Loch-Paare und den Übergang zu einem Elektron-Loch-Plasma eingegangen. Im Hinblick zur Beschreibung der experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit wird zuletzt in Abschnitt 3.4 ein kurzer Überblick über die mikroskopische Theorie zur Beschreibung von exzitonischen und plasmaartigen Ladungsträgersystemen gegeben.

3.1 Dielektrische Funktion und Suszeptibilität

Je nach Betrachtungsweise lässt sich die Wechselwirkung zwischen elektromagnetischer Strahlung und Materie in zwei verschiedene Bilder unterteilen, ein mikroskopisches und ein makroskopisches. Im mikroskopischen Bild kann man beispielsweise den Absorptionsprozess von Licht im Halbleiter als Vernichtung eines Photons und Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares beschreiben. Hingegen wird in der Maxwell'schen Theorie die makroskopische Antwort des Systems durch materialspezifische Parameter berücksichtigt. Im Folgenden werden zunächst die Eigenschaften der Suszeptibilität χ und die dielektrische Funktion ε als zwei zentrale makroskopische Beschreibungsgrößen erläutert. Später erfolgt die Verknüpfung mit dem mikroskopischen Bild durch das Drude-Modell und einer einfachen quantenmechanischen Beschreibung, um eine Vorstellung von der groben Gestalt der dielektrischen Funktion zu bekommen.

3.1.1 Transversale und longitudinale Antwort

Ausgangspunkt für die folgende Betrachtung der optischen Antwort sind zunächst die makroskopischen Maxwellgleichungen für Materie, welche das Verhalten von elektromagnetischen Feldern und Wellen in Materie beschreiben:

$$\nabla \vec{D} = \rho, \quad (3.1)$$

$$\nabla \vec{B} = 0, \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \partial_t \vec{D}. \quad (3.4)$$

Dabei bezeichnen \vec{E} das elektrische Feld und \vec{B} das magnetische Feld. Als Hilfsgrößen benutzt man in Materie die elektrische Verschiebungsdichte \vec{D} , sowie die Magnetische Erregung \vec{H} . Ferner beschreibt ρ die äußere oder freie Ladungsdichte und \vec{j} die entsprechende Stromdichte. Das elektrische Feld und die elektrische Verschiebungsdichte sind über die makroskopische Polarisation in Materie \vec{P} miteinander verknüpft. Analoges gilt für das Magnetfeld und der Magnetisierbarkeit in Materie \vec{M} .

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \text{und} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}. \quad (3.5)$$

Hier ist ε_0 die Vakuumdielektrizitätskonstante und μ_0 die Vakuumpermeabilitätskonstante. Im Folgenden wird auf die Magnetisierbarkeit jedoch nicht weiter

eingegangen, da sie im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle spielt. Es werden nur nichtmagnetische Phänomene untersucht.

Der Zusammenhang zwischen Polarisation \vec{P} in Materie und elektrischem Feld \vec{E} wird in erster Näherung als linear betrachtet, d.h.,

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \quad (3.6)$$

mit χ als Suszeptibilität.

Damit folgt aus Gleichung (3.5)

$$\vec{D} = \varepsilon_0(1 + \chi)\vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (3.7)$$

mit der dielektrischen Funktion

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (3.8)$$

Die dielektrische Funktion ε und die Suszeptibilität χ haben die Rolle einer makroskopischen Antwortfunktion der Materie auf eine optische Anregung, da sie \vec{D} bzw. \vec{P} als relevante Größen in Materie mit dem elektrischen Feld \vec{E} verknüpfen.

Im Allgemeinen ist die Suszeptibilität und damit auch die dielektrische Funktion abhängig von der Frequenz ω und dem Wellenvektor \vec{k} , d.h. $\varepsilon = \varepsilon(\omega, \vec{k})$ und $\chi = \chi(\omega, \vec{k})$. Beide Größen, χ und ε , sind im Allgemeinen komplex und besitzen somit einen Real- und Imaginärteil. Weiterhin handelt es sich um Tensoren, welche nur in Spezialfällen als Skalare betrachtet werden können.

Für den Spezialfall isotroper Medien lässt sich der Tensor der dielektrischen Funktion in einen longitudinalen (L) und transversalen (T) Teil aufspalten.

$$\hat{\varepsilon}(\vec{k}, \omega) = \varepsilon_L(\vec{k}, \omega) \frac{\vec{k} \otimes \vec{k}}{k^2} + \varepsilon_T(\vec{k}, \omega) \left(\hat{1} - \frac{\vec{k} \otimes \vec{k}}{k^2} \right) \quad (3.9)$$

Dabei bezeichnet $\vec{k} \otimes \vec{k}$ das dyadische Produkt des Wellenvektors \vec{k} mit sich selbst. Die Ausdrücke

$$\frac{\vec{k} \otimes \vec{k}}{k^2} \quad \text{und} \quad \hat{1} - \frac{\vec{k} \otimes \vec{k}}{k^2} \quad (3.10)$$

sind somit Projektionsoperatoren.

Wählt man zur Anschauung ein geeignetes Koordinatensystem, so dass die Komponenten eines Vektors den kartesischen Koordinaten entsprechen und

$\vec{k} \parallel \vec{e}_z$, der Wellenvektor also parallel zur z-Achse läuft, ergeben sich die obigen Projektionsoperatoren zu

$$\frac{\vec{k} \otimes \vec{k}}{k^2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{1} - \frac{\vec{k} \otimes \vec{k}}{k^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Damit hat der Tensor der dielektrischen Funktion die besonders einfache diagonale Form

$$\hat{\epsilon}(\vec{k}, \omega) = \begin{pmatrix} \epsilon_T(\vec{k}, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_T(\vec{k}, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_L(\vec{k}, \omega) \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

In dieser Darstellung gilt für ein Feld senkrecht zu \vec{k}

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} \perp \vec{k} \implies \vec{D} = \epsilon_0 \hat{\epsilon} \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_T \vec{E}, \quad (3.13)$$

und für ein Feld parallel zu \vec{k}

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} \parallel \vec{k} \implies \vec{D} = \epsilon_0 \hat{\epsilon} \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_L \vec{E}. \quad (3.14)$$

Offensichtlich koppelt ein transversales Feld über die transversale dielektrische Funktion ϵ_T ausschließlich an eine transversale Polarisation P_T , wohingegen die longitudinale dielektrische Funktion ϵ_L ausschließlich über longitudinale Felder bestimmt werden kann. Da es sich bei Licht allerdings im Wesentlichen um eine transversale Welle handelt, lässt sich daher damit in erster Linie ausschließlich die transversale dielektrische Funktion ϵ_T messen. Es gibt jedoch spezielle Situationen in denen elektromagnetische Wellen auch longitudinale Komponenten besitzen können. Näheres dazu wird in Abschnitt 3.2.1 erläutert.

Um die Dispersionsrelation zwischen Frequenz ω und Wellenvektor \vec{k} zu erhalten, betrachtet man eine elektromagnetische Welle mit elektrischem Feld gemäß

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}. \quad (3.15)$$

Unter der Annahme, dass keinerlei äußere Ladungen vorhanden sind, d.h. $\rho = 0$ in Maxwellgleichung (3.1), erhält man durch Einsetzen der Welle in diese Gleichung

$$\epsilon \nabla \vec{E} = \epsilon i \vec{k} \vec{E} = 0. \quad (3.16)$$

Dies muss sowohl für longitudinale Wellen $\vec{E}_0 \parallel \vec{k}$ mit $\varepsilon = \varepsilon_L$, als auch für transversale Wellen $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$ mit $\varepsilon = \varepsilon_T$ gelten.

Für transversale Wellen ist obige Gleichung (3.16) immer erfüllt, da das Skalarprodukt zweier aufeinander senkrecht stehender Vektoren immer Null ist. Die entsprechende Dispersionsrelation muss daher auf andere Weise gewonnen werden. Durch Kombination der Maxwellgleichungen (3.3) und (3.4), sowie $\nabla \vec{E} = 0$ und $\vec{j} = 0$, gelangt man zur Wellengleichung für transversale Wellen

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \partial_t^2 \vec{E} = 0, \quad (3.17)$$

wobei c die Vakuumlichtgeschwindigkeit bezeichnet, mit $c^2 = 1/(\varepsilon_0 \mu_0)$. Einsetzen der Welle liefert schließlich die Dispersionsrelation für transversale Wellen

$$\varepsilon = \varepsilon_T(\vec{k}, \omega) = \frac{\vec{k}^2 c^2}{\omega^2}. \quad (3.18)$$

Eine transversale Welle kann in einem Medium nur propagieren, wenn obige Gleichung (3.18) erfüllt ist. Durch Anwendung der Maxwellgleichungen kommt man für die anderen Felder im Vakuum und in isotropen Medien auf die Zusammenhänge

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad \text{mit} \quad \vec{E} \perp \vec{k} \perp \vec{B} \perp \vec{E}. \quad (3.19)$$

Elektrische und magnetische Felder stehen somit senkrecht aufeinander und sind beide transversal bezüglich des Wellenvektors \vec{k} . Für die beiden Hilfsgrößen gilt dann in isotropen Medien $\vec{E} \parallel \vec{D}$ und $\vec{B} \parallel \vec{H}$.

Im Falle longitudinaler Wellen ist hingegen $\vec{k}\vec{E} \neq 0$. Somit kann in diesem Falle Gleichung (3.16) nur erfüllt sein, wenn

$$\varepsilon = \varepsilon_L(\vec{k}, \omega) = 0. \quad (3.20)$$

Dies bedeutet, dass eine longitudinale Welle nur für eine verschwindende dielektrische Funktion im entsprechenden Medium propagieren kann. Somit können diese Wellen nicht im Vakuum auftreten, da dort $\varepsilon = 1$ gilt, sondern nur in Materie. Weiterhin folgt

$$\vec{D} = 0 \quad \text{und} \quad \vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \vec{P}, \quad \text{sowie} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} = 0. \quad (3.21)$$

Bei den longitudinalen Wellen in Materie handelt es sich also nicht um elektromagnetische Wellen, sondern um reine Polarisationswellen. Diese werden später mit Plasmaschwingungen eines freien Elektronengases oder eines Elektron-Loch-Plasmas in Verbindung gebracht und noch in Abschnitt 3.2 ausführlicher diskutiert werden.

3.1.2 Einfache klassische und quantenmechanische Beschreibung durch das Oszillatormodell

Modellhaft werden die optischen Eigenschaften von Materie in erster Näherung durch Kopplung verschiedener Arten von Oszillatoren in Materie an das elektromagnetische Feld beschrieben. Das einfallende elektromagnetische Feld erzeugt gedämpfte und/oder getriebene Schwingungen dieser Oszillatoren. Die Amplitude der Schwingungen hängt unter anderem von der Kopplungsstärke f , der Frequenz ω des Feldes, der Eigenfrequenz ω_0 der Oszillatoren, sowie deren Dämpfung γ ab. Beispiele für diese Oszillatoren in Halbleitern sind Gitterschwingungen¹, Exzitonen, sowie Plasmaschwingungen. Diese werden klassisch durch das Drude-Lorentz-Modell dargestellt, welches die Eigenschaften der Modelloszillatoren mit der makroskopischen Suszeptibilität verknüpft und der Realität teilweise schon recht nahe kommt.

Dazu betrachtet man ein Ensemble von harmonischen Oszillatoren, welches unter anderem als Modell für Gitterschwingungen, oder für Valenzelektronen, welche an positiv geladene Ionenrümpfe gebunden sind, dienen kann. Ein elektrisches Feld $E(t)$ sei entsprechend polarisiert, so dass es parallel zu x-Achse oszilliert. Es bewirkt damit eine Verschiebung $\Lambda(t)$ z.B. der Valenzelektronen in x-Richtung und erzeugt somit eine Polarisation

$$P = n_0 e \Lambda. \quad (3.22)$$

Hier bezeichnet n_0 die Ladungsträgerdichte und e die Elementarladung². Die Newton'sche Bewegungsgleichung eines gedämpft getriebenen harmonischen Oszillators lautet dann

$$m_0 \partial_t^2 \Lambda + 2m_0 \gamma \partial_t \Lambda + m_0 \omega_0^2 \Lambda = -eE, \quad (3.23)$$

wobei m_0 die Masse und ω_0 die Resonanzfrequenz des Oszillators ist. Die Dämpfung ist durch die Größe γ als phänomenologischer Beitrag gegeben. Setzt man für das elektrische Feld die Fourierzerlegung

$$E(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} E(\omega) e^{-i\omega t} \quad (3.24)$$

an, so erhält man im Frequenzraum die Lösung

$$m_0(\omega^2 + i2\gamma\omega - \omega_0^2)\Lambda(\omega) = -eE(\omega) \quad (3.25)$$

¹Die entsprechenden Quasiteilchen werden als Phononen bezeichnet.

²Hinweis: In dieser Arbeit wird immer von $e = |e|$ ausgegangen.

und somit die Suszeptibilität

$$\begin{aligned}\chi(\omega) &= \frac{P(\omega)}{\varepsilon_0 E(\omega)} = -\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{\omega^2 + i2\gamma\omega - \omega_0^2} \\ &= -\frac{n_0 e^2}{2\omega'_0 \varepsilon_0 m_0} \left(\frac{1}{\omega + \omega'_0 + i\gamma} - \frac{1}{\omega - \omega'_0 + i\gamma} \right). \quad (3.26)\end{aligned}$$

Aufgrund der Dämpfung verschiebt sich die Resonanzfrequenz leicht zu niedrigeren Frequenzen: $\omega'_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. In obigem Modell ist $\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_0}$ ein Maß für die Kopplungsstärke f zwischen dem elektromagnetischen Feld und den Oszillatoren.

Quantenmechanisch wird diese Kopplung durch das quadrierte Übergangsmatrixelement beschrieben, welches für die dominierenden Dipolübergänge zwischen zwei Zuständen a und b als

$$|d_{ab}|^2 = |\langle b|d|a \rangle|^2 = e^2 |\Lambda_{ab}|^2 \quad (3.27)$$

gegeben ist. Dabei bezeichnet $d = e\Lambda$ den Dipoloperator und a, b stehen für Anfangs- und Endzustand. Die quantenmechanische Berechnung der Suszeptibilität ergibt für einen Übergang von Zustand a nach Zustand b [Hau04, Kli05]

$$\chi_b(\omega) = -\frac{n_0}{\varepsilon_0 \hbar} |d_{ab}|^2 \left(\frac{1}{\omega + \omega'_{0ab} + i\gamma_{ab}} - \frac{1}{\omega - \omega'_{0ab} + i\gamma_{ab}} \right), \quad (3.28)$$

wobei nun ω'_{0ab} die Resonanzfrequenz des Übergangs von Zustand a nach Zustand b und γ_{ab} die entsprechende Dämpfung darstellt. Führt man die Oszillatorstärke

$$f_{ab} = \frac{2\omega'_{0ab} m_0 |d_{ab}|^2}{e^2 \hbar} \quad (3.29)$$

ein, so erhält man quantenmechanisch die zum klassischen Drude-Lorentz-Modell ähnliche Form

$$\chi_b(\omega) = -\frac{n_0 e^2}{2\omega'_{0ab} \varepsilon_0 m_0} f_{ab} \left(\frac{1}{\omega + \omega'_{0ab} + i\gamma_{ab}} - \frac{1}{\omega - \omega'_{0ab} + i\gamma_{ab}} \right). \quad (3.30)$$

Nun existieren in einem Festkörper nicht nur eine Art von Oszillator, sondern viele verschiedene, wie beispielsweise Gitterschwingungen, Plasmaschwingungen und Exzitonen, mit jeweils mehreren Übergängen. Damit kann über alle Übergänge aller Oszillatoren summiert werden, so dass für die totale Suszeptibilität gilt

$$\chi(\omega) = \chi_{\text{total}}(\omega) = \sum_b \chi_b(\omega). \quad (3.31)$$

Betrachtet man nur eine isolierte Resonanz, welche von ihren benachbarten Resonanzen ausreichend gut separiert sei, so lassen sich Vereinfachungen einführen.

Die einzelnen Summanden in Gleichung (3.31) sind für den Fall $\omega \ll \omega'_{0ab}$ näherungsweise konstant und reell³, während sie für den Fall $\omega \gg \omega'_{0ab}$ verschwinden. Damit kann man in der Nähe einer isolierten Resonanz $\omega'_{0a'b'}$ alle Beiträge kleinerer Resonanzen $\omega'_{0ab} \ll \omega'_{0a'b'}$ vernachlässigen. Gleichzeitig lassen sich die quasi konstanten Beiträge aller höheren Resonanzen $\omega'_{0ab} \gg \omega'_{0a'b'}$ durch eine einzelne reelle Konstante χ_{BG} ausdrücken, die somit einen Hintergrundbeitrag darstellt. Man gelangt damit zu dem einfachen Ausdruck

$$\begin{aligned}\chi(\omega) &= \chi_{BG} + \chi_{b'}(\omega) \\ &= \chi_{BG} - \frac{n_0 e^2}{2\varepsilon_0 m_0} \frac{f_{a'b'}}{\omega'_{a'b'0}} \left(\frac{1}{\omega + \omega'_{0a'b'} + i\gamma_{a'b'}} - \frac{1}{\omega - \omega'_{0a'b'} + i\gamma_{a'b'}} \right).\end{aligned}\tag{3.32}$$

Für die dielektrische Funktion folgt analog

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi_{BG} + \chi_{b'}(\omega) = \varepsilon_{BG} + \chi_{b'}(\omega).\tag{3.33}$$

3.2 Ladungsträgerplasmen

Das im vorherigen Abschnitt beschriebene Oszillatormodell wird hauptsächlich für gebundene Valenzelektronen oder Gitterschwingungen benutzt. Im Leitungsband können sich Elektronen jedoch ungebunden bewegen und ein freies Elektronengas bilden. Dieser Zustand entspricht einem Elektronenplasma. Löcher können im Valenzband analog ein Lochplasma bilden. Liegen beide Zustände vor, spricht man von einem Elektron-Loch-Plasma. Elektronen im Plasma können in Schwingungszustände angeregt werden, welche dann als Plasmaschwingungen bezeichnet werden.

Im Folgenden wird die optische Antwort eines Ladungsträgerplasmas zunächst klassisch und in der Näherung des Drude-Lorentz-Oszillatormodells betrachtet. Anschließend folgt ein quantenmechanischer Ansatz für die longitudinale Antwort, welche auf die bekannte Lindhard-Formel [Lin54] zur Beschreibung der Plasmaschwingungen führt und diese zusätzlich mit der Plasma-Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung verknüpft. Zuletzt werden die Eigenschaften von Plasmaschwingungen im Rahmen der Lindhard-Formel für zweidimensionale Systeme erläutert.

³Vergleiche dazu Gleichung (3.26)

3.2.1 Suszeptibilität im Oszillatormodell

Durch leichte Modifikation des bereits beschriebenen Drude-Lorentz-Oszillatormodells lässt sich eine geeignete dielektrische Funktion für ein Ladungsträgerplasma motivieren. Ausgehend von einer Bewegungsgleichung analog zu Gleichung (3.23) vernachlässigt man jedoch den Term proportional zu ω_0 , da nun freie statt gebundene Elektronen beschrieben werden. Es folgt als Bewegungsgleichung

$$m_0 \partial_t^2 \Lambda + 2m_0 \gamma \partial_t \Lambda = -eE \quad (3.34)$$

und auf analoge Weise zu oben

$$\chi_{\text{PL}}(\omega) = -\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{\omega^2 + i2\gamma\omega}. \quad (3.35)$$

Für die dielektrische Funktion erhält man

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{PL}}(\omega) &= \varepsilon_{\text{BG}} - \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{\omega^2 + i2\gamma\omega} \\ &= \varepsilon_{\text{BG}} \left(1 - \frac{\omega_{\text{PL}}^2}{\omega^2 + i2\gamma\omega} \right). \end{aligned} \quad (3.36)$$

Dabei wird die sogenannte Plasmafrequenz ω_{PL} eingeführt, mit

$$\omega_{\text{PL}}^2 = \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}} m_0}. \quad (3.37)$$

Das Oszillatormodell beschreibt nur den langwelligen Grenzfall für verschwindenden Wellenvektor \vec{q} (vergleiche Abschnitt 3.2.2). Abbildung 3.1 verdeutlicht den Verlauf der dielektrischen Funktion nach Gleichung (3.36).

Bei der Herleitung der dielektrischen Funktion nach dem Oszillatormodell wurde das elektrische Feld $E(t)$ in den Gleichungen (3.23) und (3.34) nicht über die Polarisationsrichtung hinaus genauer spezifiziert. Es wurden keine Aussagen darüber getroffen, ob das Feld einer transversalen oder longitudinalen Welle angehört. Daher gelten die im Rahmen dieses Modells hergeleiteten Suszeptibilitäten und dielektrischen Funktionen, insbesondere Gleichung (3.36), sowohl für die Wechselwirkung mit transversalen, als auch mit longitudinalen Wellen.

Offensichtlich gilt nach Gleichung (3.36) $\varepsilon_{\text{PL}}(\omega_{\text{PL}}) = 0$ für verschwindende Dämpfung γ . Es muss daher eine longitudinale Eigenschwingung der Eigenfrequenz ω_{PL} existieren. Dabei handelt es sich bei dieser longitudinalen Schwingung um eine Dichteschwingung des Ladungsträgerplasmas. Gemäß des Ansatzes von Tonks

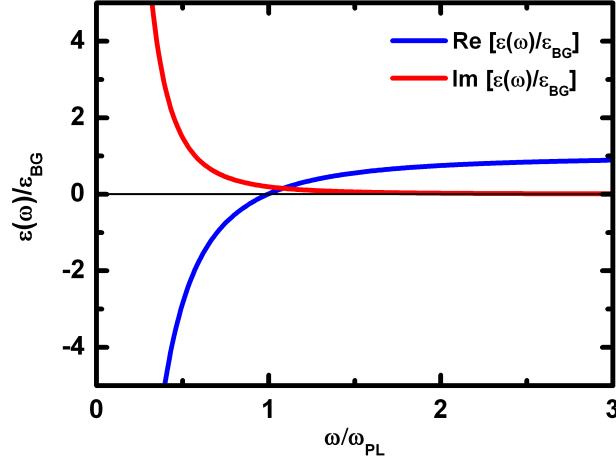


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der normierten dielektrischen Funktion $\epsilon(\omega)/\epsilon_{BG}$ eines Plasmas im Limes langer Wellenlängen in Abhängigkeit der normierten Frequenz ω/ω_{PL} . Die blaue Kurve beschreibt den Realteil, die rote Kurve den Imaginärteil von $\epsilon(\omega)/\epsilon_{BG}$. Der Realteil hat eine Nullstelle bei $\omega = \omega_{PL}$, womit die Plasmafrequenz als Eigenfrequenz der longitudinalen Plasmaschwingungen identifiziert ist. In dieser Illustration ist die Dämpfung δ um eine Größenordnung kleiner gewählt als die Plasmafrequenz.

und Langmuir[Ton29] kann man eine Dichteänderung δn für eine ortsabhängige Ladungsträgerverschiebung $\Lambda(t, x)$ bei kleinem $\partial_x \Lambda$ durch

$$\delta n = n_0 \partial_x \Lambda \quad (3.38)$$

ausdrücken. Diese Dichteänderung induziert gemäß der Poissongleichung ein longitudinales elektrisches Feld:

$$\partial_x E = \frac{e \delta n}{\epsilon_0 \epsilon_{BG}} = \frac{e n_0}{\epsilon_0 \epsilon_{BG}} \partial_x \Lambda. \quad (3.39)$$

Hier berücksichtigt ϵ_{BG} die Schwächung des Feldes aufgrund einer erzeugten Hintergrundpolarisation⁴ durch Wechselwirkung beispielsweise mit Valenzelektronen oder Gitterschwingungen. Mittels Integration erhält man für das Feld durch die Dichteänderung

$$E = \frac{e n_0}{\epsilon_0 \epsilon_{BG}} \Lambda. \quad (3.40)$$

⁴Siehe auch Abschnitt 3.1.2.

Setzt man dies in Gleichung (3.34) ein, so folgt durch Umstellen

$$\partial_t^2 \Lambda + 2\gamma \partial_t \Lambda + \frac{e^2 n_0}{m_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}}} \Lambda = 0. \quad (3.41)$$

Unter Verwendung von Gleichung (3.38) gelangt man schließlich zu

$$\partial_t^2 \delta n + 2\gamma \partial_t \delta n + \omega_{\text{PL}}^2 \delta n = 0, \quad (3.42)$$

mit der Plasmafrequenz ω_{PL} nach Gleichung (3.37). Dies beschreibt eine harmonische Oszillation der Ladungsträgerdichte um eine mittlere Dichte n_0 . Diese Plasmadichteschwingung ist eine Anregung des gesamten freien Elektronensystems. Die zugehörigen quantisierten Quasiteilchen werden Plasmonen genannt.

Innerhalb des klassischen Drude-Lorentz-Modells besitzen die Plasmonen keine Dispersion, d.h. die Plasmafrequenz ist unabhängig vom Wellenvektor \vec{k} und in dieser Näherung lediglich von der Ladungsträgerdichte n_0 abhängig. Im Allgemeinen zeigt die Plasmafrequenz allerdings in nächster Näherung eine schwache parabolische Abhängigkeit vom Wellenvektor \vec{q} :

$$\omega'_{\text{PL}}(\vec{q}) = \omega_{\text{PL}}(1 + a\vec{q}^2 + \dots). \quad (3.43)$$

Dies wird unter anderem durch die so genannte Plasmon-Pol-Näherung beschrieben, welche hier aber nicht diskutiert wird, da sie für diese Arbeit nicht von Relevanz ist. Näheres dazu findet sich beispielsweise in [Hau04, Kli05].

Trotz ihres longitudinalen Charakters können Plasmaschwingungen unter speziellen Bedingungen auch durch Licht angeregt werden, obwohl Licht als transversale Welle nur an die transversale dielektrische Funktion koppelt. Plasmonanregung durch Licht kann durch schrägen Lichteinfall auf eine Ober- oder Grenzfläche erfolgen, wobei die Polarisation des elektrischen Feldes \vec{E} in der Einfallsebene liegen muss. Die Einfallsebene wird durch die Richtung des einlaufenden Wellenvektors \vec{k} und der zur Grenzfläche senkrechten Richtung aufgespannt. In diesem Fall kann eine zur Grenzfläche senkrecht stehende Feldkomponente \vec{E}_\perp des elektrischen Feldes longitudinale Plasmaschwingungen erzeugen. Die dielektrische Funktion ist in der Nähe der Grenzfläche ortsabhängig, d.h. es gilt $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(\vec{r}_\perp)$. Die Komponente des Ortsvektors senkrecht auf der Grenzfläche wird durch \vec{r}_\perp bezeichnet. Unter der Annahme, dass keine äußeren Ladungen existieren, wird Maxwellgleichung (3.1) zu

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \vec{D} = \nabla(\hat{\varepsilon}(\vec{r}_\perp) \vec{E}) \\ &= \nabla \left(\varepsilon_{\text{T}}(\vec{r}_\perp) \vec{E}_{\text{T}} + \varepsilon_{\text{L}}(\vec{r}_\perp) \vec{E}_{\text{L}} \right) \\ &= \varepsilon_{\text{T}}(\vec{r}_\perp) \nabla \vec{E}_{\text{T}} + \vec{E}_{\text{T}} \nabla \varepsilon_{\text{T}}(\vec{r}_\perp) + \varepsilon_{\text{L}}(\vec{r}_\perp) \nabla \vec{E}_{\text{L}} + \vec{E}_{\text{L}} \nabla \varepsilon_{\text{L}}(\vec{r}_\perp). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Hierbei bezeichnen E_T und E_L die transversalen und longitudinalen Feldkomponenten, so dass $E_L + E_T = E$. Da $\nabla E_T = 0$ gilt, folgt nach Umstellen

$$-\vec{E}_T \nabla \varepsilon_T(\vec{r}_\perp) = \varepsilon_L(\vec{r}_\perp) \nabla \vec{E}_L + \vec{E}_L \nabla \varepsilon_L(\vec{r}_\perp). \quad (3.45)$$

Besitzt die einfallende transversale Welle eine elektrische Feldkomponente \vec{E}_\perp orthogonal zur Grenzfläche, so gilt wegen der ebenfalls orthogonal zur Grenzfläche ortsabhängigen dielektrischen Funktion:

$$\vec{E}_T \nabla \varepsilon_T(\vec{r}_\perp) \neq 0. \quad (3.46)$$

Damit muss auch mindestens ein Summand der rechten Seite von Gleichung (3.45) ungleich Null sein. Dies führt zwangsläufig zur Existenz einer longitudinalen Feldkomponente $\vec{E}_L \neq 0$, da $\nabla \vec{E}_L \propto \vec{k} \vec{E}_L$ gilt. Diese longitudinale Komponente erlaubt das Koppeln von Photonen an Plasmonen. Betrachtet man nun statt \vec{E} den Wellenvektor \vec{k} des einfallenden Lichtes, so ist die zur Grenzfläche parallele Komponente \vec{k}_\parallel für das Vorhandensein einer von Null verschiedenen Komponente \vec{E}_\perp und somit für die Anregung der Plasmaschwingungen verantwortlich.

In der Regel muss zur erfolgreichen Kopplung von Licht an Plasmonen allerdings noch der Wellenvektor des Lichtes angepasst werden, da dieser im Vergleich zum Wellenvektor des Plasmons zu klein ist. Zwei weit verbreitete Verfahren, um dies zu bewerkstelligen, sind die Prismenkopplung und die Gitterkopplung. Bei der Prismenkopplung wird ein Prisma sehr nahe an die Oberfläche gebracht und die im Prismenmaterial langsamere Lichtgeschwindigkeit zur Anpassung der Wellenvektoren ausgenutzt. Bei der Methode der Gitterkopplung wird ein periodisches Übergitter auf die Oberfläche angebracht, so dass ein reziproker Gittervektor des Übergitters den zu kleinen Wellenvektor des Lichtes passend erhöht.

3.2.2 Lindhard-Formel und Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung

Die longitudinale Antwort eines Ladungsträgersystems nimmt durchaus Einfluss auf Messungen, welche durch Einsatz transversaler Felder geschehen, obwohl diese transversalen Felder nicht an die longitudinale Polarisierung koppeln und somit die longitudinale dielektrische Funktion nicht direkt messen können. Als Beispiel seien longitudinale Dichteschwingungen in Ladungsträgerplasmen genannt. Plasmen sind unter anderem für Abschirmungseffekte verantwortlich, so dass die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Ladungsträgern effektiv verringert wird. Dies hat wiederum direkten Einfluss auf das Ladungsträgersystem und seine durch transversale

Felder messbaren Eigenschaften. Auswirkungen der Abschirmung auf Coulomb-Wechselwirkungspotentiale bei hohen Ladungsträgerdichten werden beispielsweise im später folgenden Abschnitt 3.3.2 erläutert.

Nach der Betrachtung eines Elektronenplasmas im klassischen Oszillatormodell wird im Folgenden kurz die entsprechende Antwortfunktion quantenmechanisch in zweiter Quantisierung erläutert. Neben der bekannten Lindhard-Formel [Lin54], welche die longitudinale dielektrische Funktion $\varepsilon_L(\vec{q}, \omega)$ der Plasmonen beschreibt, findet man darüber hinaus die Verknüpfung mit der Plasma-Abschirmung des Coulomb-Potentials.

Im Rahmen der zweiten Quantisierung betrachtet man die Bewegungsgleichung des Erwartungswertes des Ladungsdichteoperators für Elektronen, welcher im Impulsraum die Gestalt

$$\langle \rho_{\vec{q}} \rangle = -\frac{e}{L^3} \sum_{\vec{k}} \langle a_{\vec{k}-\vec{q}}^+ a_{\vec{k}} \rangle \quad (3.47)$$

annimmt. Dabei ist e die Elementarladung, L^3 das Quantisierungsvolumen, $a_{\vec{k}-\vec{q}}^+$ der Erzeugungsoperator eines Zustandes mit Impuls $\vec{k} - \vec{q}$ und $a_{\vec{k}}$ der Vernichtungsoperator eines Zustandes mit Impuls \vec{k} . Die spitzen Klammern $\langle \dots \rangle$ stellen den Erwartungswert der darin befindlichen Operatoren dar. Der Spin wird im Folgenden in allen Gleichungen vernachlässigt. Die Bewegungsgleichung folgt aus

$$-i\hbar \partial_t a_{\vec{k}-\vec{q}}^+ a_{\vec{k}} = [\mathcal{H}, a_{\vec{k}-\vec{q}}^+ a_{\vec{k}}]. \quad (3.48)$$

Als Hamiltonian \mathcal{H} wird der effektive Einteilchenhamiltonian

$$\mathcal{H} = \sum_{\vec{k}} \mathcal{E}_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} + \sum_{\vec{p}, \vec{k}} V_{\vec{p}}^{\text{eff}} a_{\vec{k}+\vec{p}}^+ a_{\vec{k}} \quad (3.49)$$

verwendet [Hau04]. Die kinetische Energie des Zustandes mit Wellenvektor \vec{k} wird in obiger Gleichung sowie im Folgenden als $\mathcal{E}_{\vec{k}}$ bezeichnet. Das effektive Potential V^{eff} besteht aus dem Coulomb-Potential V eines als Testladung fungierenden Elektrons und dem induzierten Potential V^{ind} der Ladungsträger, so dass im Ortsraum gilt:

$$V^{\text{eff}}(r) = V(r) + V^{\text{ind}}(r). \quad (3.50)$$

Das effektive Potential muss selbstkonsistent bestimmt werden. Der Ausdruck $V_{\vec{p}}^{\text{eff}}$ bezeichnet die Fouriertransformation des effektiven Potentials im Impulsraum. Analog sei

$$V_{\vec{q}} = \int \frac{d^3r}{L^3} V(r) e^{i\vec{q}\vec{r}} = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}} L^3 \vec{q}^2} \quad (3.51)$$

die Fouriertransformation des Coulomb-Potentials, mit $V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{BG}}r}$ und $r = |\vec{r}|$. Dabei wird durch ϵ_{BG} die Hintergrundpolarisation durch Valenzelektronen und das Atomgitter berücksichtigt. Davon ausgehend erhält man unter Verwendung der so genannten Random Phase Approximation (RPA) das Ergebnis [Hau04]

$$V_{\vec{q}}^{\text{eff}} = \frac{1}{\epsilon_{\text{L}}(\vec{q}, \omega)} \cdot \frac{e^2}{\epsilon_0 L^3 \vec{q}^2}, \quad (3.52)$$

mit der als Lindhard-Formel bezeichneten longitudinalen dielektrischen Funktion

$$\epsilon_{\text{L}}(\vec{q}, \omega) = \epsilon_{\text{BG}} \left(1 - V_{\vec{q}} \sum_{\vec{k}} \frac{f_{\vec{k}-\vec{q}} - f_{\vec{k}}}{\hbar\omega + i\hbar\delta + \mathcal{E}_{\vec{k}-\vec{q}} - \mathcal{E}_{\vec{k}}} \right). \quad (3.53)$$

Die Ladungsträgerverteilung in Abhängigkeit des Wellenvektors \vec{k} wird durch $f_{\vec{k}} = \langle a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} \rangle$ gegeben. Für Elektronen im thermodynamischen Gleichgewicht entspricht sie der Fermi-Verteilung.

Das effektive Potential bezeichnet somit ein dynamisch abgeschirmtes Coulomb-Potential. Die Abschirmung wird durch die longitudinale dielektrische Funktion (3.53) beschrieben. Ausgehend von der Lindhard-Formel gelangt man zu zwei wichtigen Näherungen, die Näherung für lange Wellenlängen und der statische Limes für verschwindende Frequenz.

Im Limes für lange Wellenlängen, d.h. $\vec{q} \rightarrow 0$, lassen sich die Näherungen

$$\mathcal{E}_{\vec{k}-\vec{q}} - \mathcal{E}_{\vec{k}} \simeq -\frac{\hbar^2 \vec{k} \vec{q}}{m} \quad \text{und} \quad f_{\vec{k}-\vec{q}} - f_{\vec{k}} \simeq -\vec{q} \nabla_{\vec{k}} f_{\vec{k}} \quad (3.54)$$

eingeführen. Damit folgt durch Einsetzen von $V_{\vec{q}}$, partieller Integration und der Elektronendichte $n = \sum_{\vec{k}} f_{\vec{k}} / L^3$ das Ergebnis

$$\epsilon_{\text{L}}(0, \omega) = \epsilon_{\text{BG}} - \frac{e^2 n}{\epsilon_0 m (\omega + i\delta)^2} = \epsilon_{\text{BG}} \left(1 - \frac{\omega_{\text{PL}}^2}{(\omega + i\delta)^2} \right). \quad (3.55)$$

Für kleine oder verschwindende Dämpfung $\delta \ll \omega$ entspricht dies dem klassischen Drude-Lorentz-Ergebnis (3.36) mit der entsprechenden Plasmafrequenz (3.37). Damit wird bestätigt, dass das klassische Ergebnis den Fall unendlich langer Wellenlänge $\epsilon_{\text{L}}(0, \omega) = \epsilon(\omega)$ beschreibt. Die dielektrische Funktion (3.55) besitzt für verschwindende Dämpfung eine Nullstelle im Realteil an der Stelle der Plasmafrequenz ω_{PL} , wie bereits in Abschnitt 3.2.1 erläutert. Betrachtet man stattdessen den negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion $\text{Im}(-1/\epsilon_{\text{L}}(\omega))$, so findet man ein Extremum an der Stelle der Plasmafrequenz. Dieses wird als Plasmon-Pol bezeichnet.

Im statischen Limes $\omega + i\delta \rightarrow 0$ erhält man für kleine Wellenvektoren \vec{q} mittels obiger Näherungen (3.54) und der Annahme der Fermiverteilung für $f_{\vec{k}}$ das Ergebnis

$$\varepsilon_L(\vec{q}, 0) = \varepsilon_{BG} \left(1 + \frac{\kappa^2}{q^2} \right), \quad (3.56)$$

mit $q = |\vec{q}|$. Man führt κ als sogenannten Abschirm-Wellenvektor mit $\kappa^2 = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{BG}} \partial_\mu n$ ein. Dabei bezeichnet $\partial_\mu n$ die Ableitung der Elektronendichte nach dem chemischen Potential μ , welches dem Ferminiveau entspricht. Das statisch abgeschirmte Coulomb-Potential wird dann zu

$$V_{\vec{q}}^{\text{stat}} = \frac{1}{\varepsilon_L(\vec{q}, 0)} \cdot \frac{e^2}{\varepsilon_0 L^3 \vec{q}^2} = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{BG} L^3} \frac{1}{q^2 + \kappa^2}. \quad (3.57)$$

Die Abschirmung durch das Plasma, beschrieben durch die dielektrische Funktion, hebt die Divergenz des Potentials für verschwindende Wellenvektoren \vec{q} auf. Anschaulich wird der Effekt der Abschirmung im Ortsraum. Mittels Fouriertransformation erhält man

$$V^{\text{stat}}(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{BG}r} e^{-\kappa r}. \quad (3.58)$$

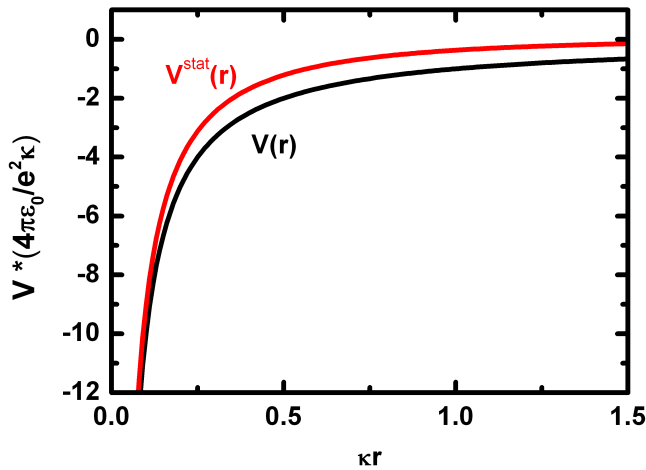


Abbildung 3.2: Statisch abgeschirmtes Coulomb-Potential V^{stat} (rot) im Vergleich zum nicht abgeschirmten Coulomb-Potential V (schwarz). Die Plasma-Abschirmung drückt das ansonsten langreichweitige Coulomb-Potential schneller gegen Null. Der Abschirm-Wellenvektor κ ist ein Maß für die Stärke der Abschirmung.

Dieses Potential wird auch als “Yukawa-Potential” bezeichnet. Abbildung 3.2 illustriert den Verlauf eines nicht abgeschirmten Coulomb-Potentials im Vergleich zu einem abgeschirmten Coulomb-Potential. Aufgrund des exponentiellen Beitrages durch die Abschirmung geht das statisch abgeschirmte Potential viel schneller gegen Null als das langreichweitige nicht abgeschirmte Coulomb-Potential. Der Abschirm-Wellenvektor κ ist somit ein Maß für die Stärke der Abschirmung. Er kann sowohl im Falle des entarteten Elektronengases (Temperatur $T = 0$), bei der die Fermi-Verteilung durch eine Stufenfunktion gegeben ist, als auch im Falle des nichtentarteten Elektronengases, in dem die Fermi-Verteilung durch eine Boltzmann-Verteilung genähert wird, analytisch auf einfache Weise bestimmt werden. In beiden Fällen erhält man einen proportionalen Zusammenhang $\kappa^2 \propto n$. Die Plasma-Abschirmung und damit die Abschwächung des Coulomb-Potentials nimmt also mit steigender Ladungsträgerdichte n zu.

3.2.3 Lindhard-Formel in zweidimensionalen Systemen

Die oben hergeleitete Lindhard-Formel (3.53) ist in dieser Form sowohl in drei als auch in zwei Dimensionen gültig. Für die Beschreibung in zweidimensionalen Systemen muss allerdings bedacht werden, dass auch in Halbleiterstrukturen niedriger Dimensionalität das Coulomb-Potential einer Punktladung seine dreidimensionale $1/r$ -Abhängigkeit im Ortsraum behält. Anders als die Ladungsträger selbst, werden die Feldlinien zwischen den Ladungen nicht auf eine Ebene eingeschränkt. Die Feldlinien durchlaufen auch die umliegenden Materialschichten, die für die Einschränkung der Bewegungsrichtung der Ladungsträger verantwortlich sind. Die Ladungsträger in einem zweidimensionalen System wechselwirken daher immer noch über eine dreidimensionale Coulomb-Wechselwirkung miteinander. Die andersartige Anordnung der Ladungsträger durch ihre Einschränkung auf zwei Dimensionen führt allerdings zu einem anderen dreidimensionalen selbstkonsistent induzierten Feld $V^{\text{ind},2\text{D}}$. Diese Tatsache wird berücksichtigt, indem in der Lindhard-Formel für das zweidimensionale System statt des dreidimensionalen Potentials $V_{\vec{q}} = V_{\vec{q}}^{3\text{D}}$ aus Gleichung (3.52) die zweidimensionale Fouriertransformation

$$V_{\vec{q}} = V_{\vec{q}}^{2\text{D}} = \int \frac{d^2r}{L^2} V(r) e^{i\vec{q}\vec{r}} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_{\text{BG}}L^2q} \quad (3.59)$$

des im Ortsraum dreidimensionalen Coulomb-Potentials $V(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{\text{BG}}r}$ verwendet wird. Dabei ist hier und im Folgenden $q = |\vec{q}|$ analog zu $r = |\vec{r}|$.

Letztendlich erhält man für den Fall langer Wellenlängen, also kleiner Wellenvektoren \vec{q} , ähnlich wie bei Gleichung (3.54) beschrieben, die dielektrische Funktion für ein zweidimensionales System gemäß

$$\tilde{\varepsilon}_L(\vec{q} \rightarrow 0, \omega) = \varepsilon_{\text{BG}} \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_{\text{PL},2\text{D}}^2(\vec{q})}{(\omega + i\delta)^2} \right). \quad (3.60)$$

Im Gegensatz zum dreidimensionalen Fall bedingt die andersartige \vec{q} -Abhängigkeit der zweidimensionalen Fouriertransformation des Coulomb-Potentials eine nun vom Wellenvektor abhängige Plasmafrequenz

$$\tilde{\omega}_{\text{PL},2\text{D}}^2(\vec{q}) = \frac{e^2 n_{2\text{D}}}{2\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}} m} |\vec{q}|. \quad (3.61)$$

Hier bezeichnet allerdings $n_{2\text{D}}$ die zweidimensionale Ladungsträgerdichte mit der Einheit einer Flächendichte. Da die dielektrische Funktion $\tilde{\varepsilon}_L$ in ihrer Struktur ihrem dreidimensionalen Gegenpart ε_L aus Gleichung (3.55) entspricht, existiert auch im zweidimensionalen Fall ein Plasmon-Pol im Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion. Dieser Plasmon-Pol korrespondiert nun allerdings mit der zweidimensionalen Plasmafrequenz $\tilde{\omega}_{\text{PL},2\text{D}}(\vec{q})$.

Für den statischen Grenzfall, $\omega + i\delta \rightarrow 0$, folgt

$$\tilde{\varepsilon}_L(\vec{q}, 0) = \varepsilon_{\text{BG}} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}}{q} \right), \quad (3.62)$$

mit dem Abschirm-Wellenvektor $\tilde{\kappa} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}}} \partial_\mu n$.

3.3 Exzitonen

Berücksichtigt man die Coulomb-Wechselwirkung zwischen einem durch einen Interbandübergang in das Leitungsband angeregten Elektron und dem im Valenzband entstandenen Loch, so haben die bislang als frei betrachteten Ladungsträger auch die Möglichkeit, gebundene Elektron-Loch-Paarzustände anzunehmen, sofern äußere Umstände wie beispielsweise Temperatur und Ladungsträgerdichte dies zulassen. Diese gebundenen Elektron-Loch-Paare werden als Exzitonen bezeichnet und können als Analogon zum Wasserstoffatom oder Positroniumatom im Halbleiter betrachtet werden. Exzitonische Zustände bewirken eine signifikante Änderung des optischen Absorptionsverhaltens für Interbandübergänge in der Nähe der Bandkante. Es erscheinen zusätzliche Absorptionslinien knapp unterhalb der Bandkante, welche die Exzitonenzustände repräsentieren. Zur Bildung eines

Exzitons durch Erzeugung eines gebundenen Elektron-Loch-Paares ist aufgrund der Bindungsenergie des Exzitons etwas weniger Anregungsenergie notwendig, als wenn ein Elektron direkt vom Valenz- in das Leitungsband angeregt wird. Die Bindungsenergie des Exzitons wird beim Interbandübergang somit quasi “eingespart”.

Im Folgenden wird zunächst die optische Suszeptibilität der Exzitonen im Hinblick auf Interbandübergänge betrachtet, um die oben genannten Eigenschaften zu beschreiben. Ein anschließender Abschnitt erläutert kurz die Ionisation von Exzitonen bei hohen Anregungsdichten und den Übergang zu einem Elektron-Loch-Plasma.

3.3.1 Suszeptibilität bezüglich der Interbandübergänge

Um die optische Suszeptibilität bezüglich Interbandübergängen zu erhalten, betrachtet man als Ausgangspunkt in zweiter Quantisierung die makroskopische Interband-Polarisation in Dipol- und Zweiband-Näherung

$$\vec{P} = \sum_{\vec{k}, \lambda \neq \lambda'} P_{\lambda' \lambda, \vec{k}} \vec{d}_{\lambda \lambda'}. \quad (3.63)$$

Dabei sind λ, λ' Bandindizes. In der Zweiband-Näherung können diese die Werte $\lambda, \lambda' \in \{v, c\}$ für das Valenzband (v), respektive das Leitungsband (c) annehmen. $\vec{d}_{\lambda \lambda'} = e \vec{r}_{\lambda \lambda'}$ bezeichnet das optische Dipolmatrixelement und $P_{\lambda' \lambda, \vec{k}} \equiv P_{\lambda' \lambda, \vec{k}}(t) = \langle a_{\lambda', \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}} \rangle(t)$ die Interbandpolarisation. Analog zu Abschnitt 3.2.2 folgt die Bewegungsgleichung hier aus

$$-i\hbar \partial_t a_{v, \vec{k}}^+ a_{c, \vec{k}} = \left[\mathcal{H}, a_{v, \vec{k}}^+ a_{c, \vec{k}} \right], \quad (3.64)$$

wobei der Hamiltonoperator $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{kin}} + \mathcal{H}_{\text{C}} + \mathcal{H}_{\text{LM}}$ aus kinetischer (\mathcal{H}_{kin}) und Coulomb-Wechselwirkungsenergie (\mathcal{H}_{C}) zusammengesetzt ist, sowie einem zusätzlichen Beitrag (\mathcal{H}_{LM}) durch die Wechselwirkung zwischen dem elektrischen Feld $E(t)$ und den Elektronen. Die einzelnen Beiträge sind:

$$\mathcal{H}_{\text{kin}} = \sum_{\vec{k}, \lambda} \mathcal{E}_{\lambda, \vec{k}} a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}}, \quad (3.65)$$

$$\mathcal{H}_{\text{C}} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\vec{k}, \vec{k}' \\ \vec{q} \neq 0 \\ \lambda, \lambda'}} V_{\vec{q}} a_{\lambda, \vec{k} - \vec{q}}^+ a_{\lambda', \vec{k}' + \vec{q}}^+ a_{\lambda', \vec{k}'} a_{\lambda, \vec{k}}, \quad (3.66)$$

$$\mathcal{H}_{\text{LM}} = \sum_{\substack{\vec{k} \\ \lambda \neq \lambda'}} E(t) a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda', \vec{k}} d_{\lambda \lambda'}. \quad (3.67)$$

Als Bewegungsgleichung erhält man [Hau04]:

$$\left(i\hbar\partial_t - (\tilde{\mathcal{E}}_{c,\vec{k}} - \tilde{\mathcal{E}}_{v,\vec{k}})\right) P_{vc,\vec{k}} = (n_{c,\vec{k}} - n_{v,\vec{k}}) \left(d_{cv}E(t) + \sum_{\vec{q} \neq \vec{k}} V_{|\vec{k}-\vec{q}|} P_{vc,\vec{q}}\right). \quad (3.68)$$

Hier bezeichnet $\tilde{\mathcal{E}}_{\lambda,\vec{k}} = \mathcal{E}_{\lambda,\vec{k}} - \sum_{\vec{q} \neq \vec{k}} V_{|\vec{k}-\vec{q}|} n_{\lambda,\vec{k}}$ die renormalisierte kinetische Energie und $n_{\lambda,\vec{k}} = P_{\lambda\lambda,\vec{k}} = \langle a_{\lambda,\vec{k}}^+ a_{\lambda,\vec{k}} \rangle(t)$ die Besetzungsverteilung der Elektronenzustände im entsprechenden Band. Offensichtlich koppelt die Interbandpolarisation an die Zeitentwicklung der Elektronenbesetzungsverteilungen $n_{\lambda,\vec{k}}$. Daher wären eigentlich weitere Gleichungen für $\partial_t n_{\lambda,\vec{k}}$ notwendig. Diese gekoppelten Gleichungssysteme bezeichnet man dann als Halbleiter-Bloch-Gleichungen. Zur Vereinfachung des Problems geht man an dieser Stelle allerdings von der Quasigleichgewichtsannahme aus, d.h., die betrachteten Zeitskalen sind groß genug, so dass schnelle Streumechanismen die Ladungsträgerverteilung bereits in die quasistationäre Fermi-Verteilung als Gleichgewichtszustand getrieben haben. Damit wird $n_{\lambda,\vec{k}}(t) = f_{\lambda,\vec{k}}$. Betrachtet man den Fall eines nicht angeregten Kristalls bei tiefen Temperaturen, gilt weiterhin $f_{c,\vec{k}} = 0$ und $f_{v,\vec{k}} = 1$. Damit kann Gleichung (3.68) zu

$$-i\hbar\partial_t P_{vc,\vec{k}} = \left(\mathcal{E}_g + \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m_r}\right) P_{vc,\vec{k}} - \sum_{\vec{q} \neq \vec{k}} V_{|\vec{k}-\vec{q}|} P_{vc,\vec{q}} - d_{cv}E(t) \quad (3.69)$$

vereinfacht werden, wobei m_r die reduzierte Elektron-Loch-Masse und \mathcal{E}_g die Bandlückenenergie sind.

Die homogene Variante der Gleichung (3.69) wird auch als Wannier-Gleichung bezeichnet. Sie ist ein Analogon zur Zweiteilchen-Schrödinger-Gleichung des Wasserstoffatoms. Dementsprechend findet man auch analoge Lösungen $\psi_\alpha(\vec{k})$ mit $\alpha = (n, l, m)$ als den bekannten Quantenzahlen. Diese Zustände $\psi_\alpha(\vec{k})$ beschreiben hier allerdings nun gebundene Elektron-Loch-Paare. Analog zum Wasserstoffproblem ergeben sich die Energien dieser Zustände in drei Dimensionen zu

$$\mathcal{E}_\alpha^{3D} = -\frac{Ry^*}{n^2} \quad \text{mit} \quad Ry^* = Ry \frac{m_r}{m_0 \varepsilon_{\text{BG}}^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.70)$$

Hierbei ist Ry die Rydberg-Energie von ca. 13,6 eV und n bezeichnet in diesem Fall die entsprechende Quantenzahl und nicht die Ladungsträgerdichte. In zwei Dimensionen findet man für die Energien

$$\mathcal{E}_\alpha^{2D} = -\frac{Ry^*}{(n + 1/2)^2} \quad \text{mit} \quad Ry^* = Ry \frac{m_r}{m_0 \varepsilon_{\text{BG}}^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.71)$$

Um nun Gleichung (3.69) zu lösen, entwickelt man die Polarisierung nach Lösungen der Wannier-Gleichung

$$P_{vc,\vec{k}} = \sum_{\alpha} p_{\alpha} \psi_{\alpha} \quad (3.72)$$

und bestimmt durch Einsetzen in (3.69) die Koeffizienten p_{α} . Damit erhält man $P_{vc,\vec{k}}$ und schließlich die makroskopische Polarisierung \vec{P} . Mit Hilfe von Gleichung (3.6) folgt schließlich für die Suszeptibilität [Hau04]:

$$\begin{aligned} \chi(\omega) = & \frac{2|d_{cv}|^2}{\varepsilon_0} \sum_{\alpha} |\psi_{\alpha}(\vec{r}=0)|^2 \\ & \times \left(\frac{1}{\hbar(\omega + i\delta) + \mathcal{E}_g + \mathcal{E}_{\alpha}} - \frac{1}{\hbar(\omega + i\delta) - \mathcal{E}_g - \mathcal{E}_{\alpha}} \right). \end{aligned} \quad (3.73)$$

Offensichtlich werden somit nur s-artige Exzitonenzustände erzeugt, da nur für diese $|\psi_{\alpha}(\vec{r}=0)|^2 \neq 0$ gilt. Die Absorption folgt in erster Näherung aus dem Imaginärteil von χ und beinhaltet daher eine Serie von δ -artigen Absorptionslinien durch die s-artigen Zustände knapp unterhalb der Bandkante. Zusätzlich erzeugt die Coulomb-Wechselwirkung eine Erhöhung der Kontinuumsabsorption oberhalb der Bandkante, die durch den Sommerfeld-Faktor beschrieben wird [Kli05]. Abbildung 3.3 zeigt eine schematische Veranschaulichung der Auswirkungen auf die Absorption am Beispiel eines (GaIn)As/GaAs Quantenfilmes.

Das Auftauchen von exzitonischen Resonanzen in der Absorption oder in der Suszeptibilität ist nicht notwendigerweise ein Hinweis auf eine vorhandene Exzitonpopulation. Die Suszeptibilität beschreibt nur die Interbandpolarisation und damit eigentlich nur die Stärke der verschiedenen erlaubten Übergänge, d.h. das Vorhandensein von starken exzitonischen Linien lässt lediglich darauf schließen, dass die durch Licht-Materie-Wechselwirkung induzierten Übergänge an den entsprechenden Frequenzen stark sind. Die entsprechenden Zustände werden auch als kohärente Exzitonen bezeichnet. Allerdings zerfällt die Interbandpolarisation auf Pikosekunden- oder Subpikosekunden-Zeitskalen aufgrund strahlender und anregungsinduzierter Dephasierung. Erst durch diese Dephasierungen entstehen inkohärente Exzitonen, die eine echte Exzitonpopulation im Sinne von Zweiteilchenobjekten darstellen. Dieser Polarisationszerfall in eine Population wird allerdings durch nichtlineare Beiträge ermöglicht, können also durch das obige lineare Modell nicht beschrieben werden [Kir06].

Das sichere Messen von exzitonischen Populationen kann analog zur atomaren Spektroskopie nur mittels Absorption von Licht durch charakteristische intraexzitonische Übergänge erfolgen, d.h. Übergänge von einem Exzitonenzustand in einen höheren. Dabei bleibt, im Gegensatz zur Absorption durch

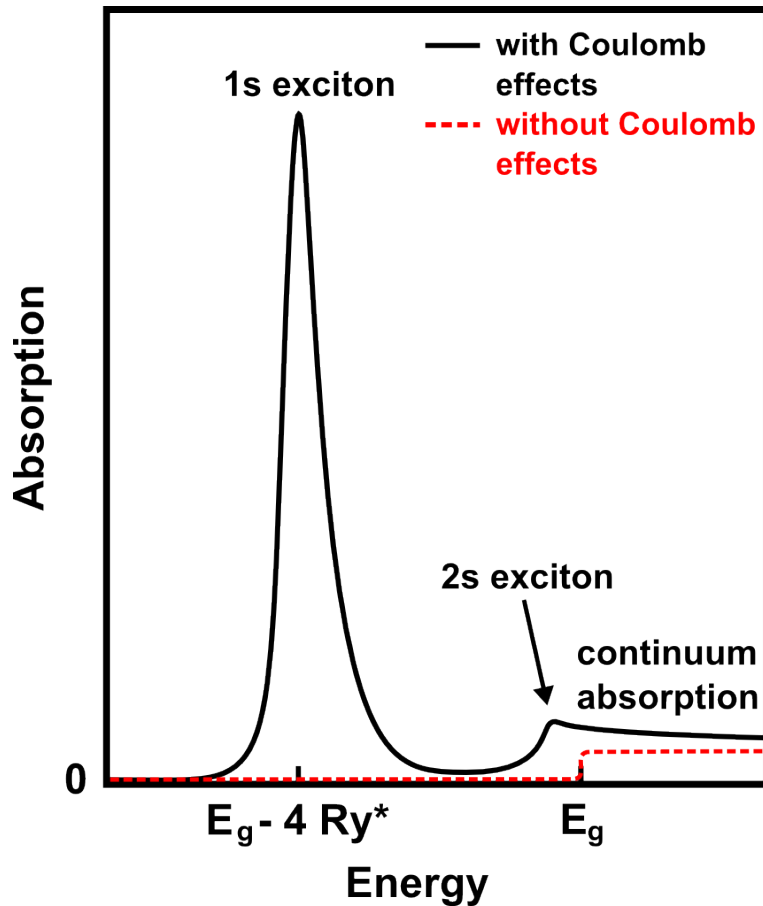


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der optischen Absorption in Abhängigkeit der Anregungsenergie unter Berücksichtigung exzitonicer Effekte (schwarz) am Beispiel eines (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmes. Die Bandlückenenergie wird durch E_g bezeichnet. Durch die Coulomb-Wechselwirkung können sich gebundene Elektron-Loch-Paarzustände, so genannte Exzitonen, bilden. Die einzelnen Exzitonenzustände repräsentieren unterschiedliche Zustände. In experimentellen Spektren sind in der Regel nur die zwei untersten Zustände 1s und 2s sichtbar. Alle weiteren Exzitonenzustände sind zu schwach und nicht mehr auflösbar. Sie gehen somit in die Kontinuumsabsorption für freie Ladungsträger über. Die theoretische Absorption durch freie Ladungsträger ohne Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung ist durch den rot gestrichelten Kurvenverlauf angedeutet. Zeichnung in Anlehnung an [Hau04].

Interbandübergänge, die Anzahl an Exzitonen konstant. Diese Messungen sind mit Hilfe der THz-Zeitbereichspektroskopie realisierbar. Die entsprechenden intraexzitonischen Übergänge, beispielsweise vom niedrigsten in den nächst höheren exzitonischen Zustand (1s-2p-Übergang), liegen energetisch in der Größenordnung einiger meV, was Frequenzen im THz-Bereich entspricht [Gro94, Č96, Kir06].

3.3.2 Exzitonenionisation und Elektron-Loch-Plasma

Bei zunehmender optischer Anregung werden immer mehr Ladungsträger generiert, was zu einer Erhöhung der Ladungsträgerdichte führt. Wie bereits in Abschnitt 3.2.2 erläutert, bewirkt eine zunehmende Ladungsträgerdichte stärker werdende Abschirmungseffekte. Das nichtabgeschirmte Coulomb-Potential wird durch das schwächere abgeschirmte Potential ersetzt, was zu einer Abschwächung der Coulomb-Anziehung und damit zur Abnahme der Bindungsenergie bei Exzitonen führt.

Neben freien Ladungsträgern in einem Plasma tragen Exzitonen als gebundene Ladungsträgerzustände ebenfalls zu Abschirmungseffekten bei, sind jedoch deutlich weniger effektiv [Feh82, Hau84]. Bei gleichzeitigem Vorliegen von Exzitonen und einem Plasma freier Ladungsträger dominiert letzteres daher die Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung. Dies ist beispielsweise für hinreichend hohe Temperaturen möglich, so dass einige Exzitonen thermisch ionisiert werden [Sch83]; oder bei nichtresonanter Anregung des Systems oberhalb der Bandkante. Für tiefe Temperaturen und exakt resonante Anregung sind daher höhere Anregungsdichten nötig, um vergleichbare Abschirmungseffekte zu erhalten [Feh82, Hau84].

Ein weiterer Effekt wird durch den Term

$$(n_{c,\vec{k}} - n_{v,\vec{k}})V_{|\vec{k}-\vec{q}|} = V_{|\vec{k}-\vec{q}|}^{\text{eff}} \quad (3.74)$$

in Gleichung (3.68) als verallgemeinerte Bewegungsgleichung der Exzitonen beschrieben. Dieser Term kann als effektives Potential $V_{|\vec{k}-\vec{q}|}^{\text{eff}}$ betrachtet werden. Mit zunehmender Elektronendichte im Leitungsband wird der erste Faktor zunächst betragsmäßig kleiner und kann schließlich sein Vorzeichen wechseln. Dies resultiert in einer Abschwächung oder Umkehrung des effektiven Potentials. Physikalisch entspricht das der Pauli-Blockade zwischen Fermionen, welche bei hohen Ladungsträgerdichten ebenfalls an Bedeutung gewinnt. Prinzipiell sind immer beide Effekte, Abschirmung und Pauli-Blockade, vorhanden, können aber je nach Dimensionalität des betrachteten Systems unterschiedlich stark zur Abschwächung der Coulomb-Wechselwirkung beitragen [Kir06].

Für steigende Ladungsträgerdichten tritt eine zunehmende Rotverschiebung der Bandkante, die Bandlückenrenormalisierung, auf. Dabei nimmt die Bandlückenenergie \mathcal{E}_g monoton ab. Die Bandkantenverschiebung ist eine Folge der Austausch- und Korrelationswechselwirkungen. Durch die auf der Pauli-Blockade beruhende Austauschwechselwirkung zwischen fermionischen Ladungsträgern wird der mittlere Abstand zwischen Elektronen oder Löchern mit gleichartig orientiertem Spin vergrößert. Gleichzeitig sorgt die noch vorhandene, wenn auch durch Abschirmungseffekte immer mehr geschwächte Coulomb-Wechselwirkung dafür, dass sich beispielsweise in der Umgebung eines Elektrons bevorzugt Löcher statt anderer Elektronen aufhalten, unabhängig von der Spinorientierung der beteiligten Ladungsträger. Diese beiden Effekte verhindern eine zufällige Verteilung der Ladungsträger und ermöglichen so eine Energieabsenkung des Systems freier Ladungsträger und damit der Bandkante [Kli05, Pey93].

Die Abnahme der exzitonischen Bindungsenergie durch steigende Ladungsträgerdichte ist ungefähr vergleichbar zur entsprechenden Verschiebung der Bandkante. Dadurch kompensieren sich die Blauverschiebung der 1s-Exzitonenlinie durch die verminderte Bindungsenergie und die Rotverschiebung der Bandkante nahezu vollständig. Die absolute energetische Position der 1s-Exzitonenlinie bleibt quasi konstant. Die Verringerung der exzitonischen Bindungsenergie führt auch zu einer Vergrößerung des Exzitonradius und einer Verkleinerung der exzitonischen Oszillatorstärke. Bei Erreichen einer hinreichend großen Ladungsträgerdichte führen diese Effekte zur Ionisation von Exzitonen, da die exzitonische Bindungsenergie schließlich verschwindet, d.h. die Coulomb-Anziehung zur Bildung von gebunden Elektron-Loch-Paaren nicht mehr ausreicht. Es bildet sich ein reines Elektron-Loch-Plasma aus ungebundenen Elektronen und Löchern. Zwischen den Ladungsträgern besteht zwar weiterhin eine schwache Coulomb-Wechselwirkung, sie reicht jedoch nicht mehr zur Bildung von Exzitonen aus. Die absinkende Bandkante hat dann die Position der 1s-Exzitonenlinie erreicht. Dieser Prozess wird oft als Mott-Übergang und die entsprechende Übergangsdichte als Mott-Dichte bezeichnet [Mot74, Hau84].

Im optischen Absorptionsspektrum zeigt sich die Exzitonenionisation durch Ausbleichen und letztendlichem Verschwinden der Exzitonenlinien. Für große Ladungsträgerdichten oberhalb der Mott-Dichte tritt neben der Bandlückenrenormalisation auch ein Aufbau von negativer Absorption, d.h. optischer Verstärkung auf. Dies geschieht in einem Energiebereich zwischen der renormalisierten Bandlücke \mathcal{E}_g und dem chemischen Potential des Elektron-Loch-Paar-Systems, welches dem energetischen Abstand der Quasi-Ferminiveaus der Löcher im Valenzband und Elektronen im Leitungsband entspricht. In diesem Bereich gilt für die Besetzungsverteilungen $n_{c,\vec{k}} - n_{v,\vec{k}} > 1$. Die Elektronenbesetzung ist im Leitungsband

größer als im Valenzband, was auch als Besetzungsinversion bezeichnet wird. Das Einsetzen der Absorption wird dann wieder zunehmend zu höheren Energien hin verschoben [Hau84, Hau04, Kli05, Pey93, Koc03]. Die beschriebenen Auswirkungen der Exzitonenionisation auf die optische Absorption werden in Abbildung 3.4 schematisch verdeutlicht.

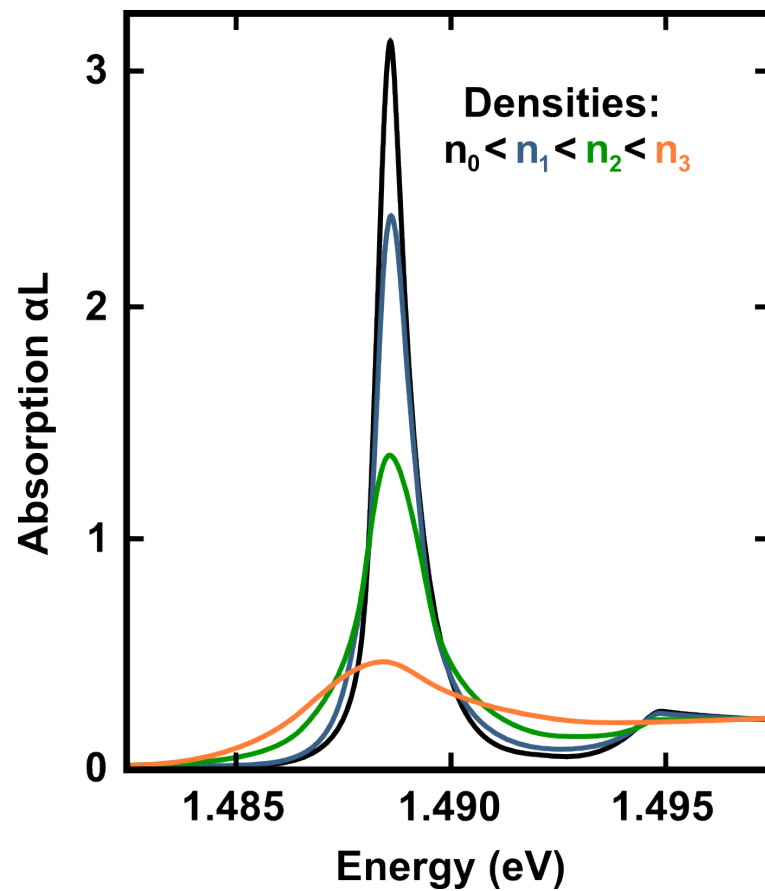


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung eines optischen Absorptionsspektrums für verschiedene Ladungsträgerdichten, unter Berücksichtigung exzitonicer Effekte am Beispiel eines (GaIn)As/GaAs Quantenfilmes. Für steigende Ladungsträgerdichte n_0 (schwarz) $< n_1$ (blau) $< n_2$ (grün) $< n_3$ (orange) beginnen die Exzitonen zu ionisieren. Die Exzitonenlinien in der optischen Absorption bleichen aus und verschwinden letztlich bei hinreichend großer Dichte. Zeichnung in Anlehnung an [Khi99].

3.4 Zur Theorie der THz-Antwort von Ladungsträgerplasmen und Exzitonen

THz-Spektroskopie eignet sich hervorragend, um exzitonische und plasma-artige Zustände in Halbleitersystemen zu untersuchen, wie bereits in Abschnitt 3.3.1 erläutert. Sowohl die entsprechenden Plasmafrequenzen, als auch die intraexzitonischen Übergänge liegen energetisch im THz-Frequenzbereich [Gro94, Č96, Bea00, Hub01, Kai03, Gal05, Kir06]. Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die entsprechende mikroskopische Theorie gegeben, die die Wechselwirkung solcher Ladungsträgersysteme mit THz-Feldern beschreibt. Ausführliche Details finden sich in [Kir01, Kir03, Kir04, Kir06, Koc03, Gol08, Gol09]. Die Theorie erlaubt die Beschreibung von Vielteilchenzuständen, insbesondere Exzitonen und Ladungsträgerplasmen, sowie entsprechende Mischzustände. Im Hinblick auf das Experiment werden hier nur zweidimensionale Systeme betrachtet, sowie der Einfachheit halber lediglich Zustände entsprechend echter Populationen. Das THz-Feld geht nur klassisch, durch das Vektorpotential $\vec{A}_{\text{THz}} = A_{\text{THz}}(t)\vec{e}_A$, in die Rechnungen ein. Der Einheitsvektor \vec{e}_A gibt die Schwingungsrichtung des linear polarisierten THz-Vektorpotentials an.

Um die Suszeptibilität χ zu berechnen, verwendet man die Zusammenhänge zwischen elektrischem Feld $E_{\text{THz}}(t)$ und Vektorpotential $A_{\text{THz}}(t)$, sowie Polarisation $P(t)$ und Strom $J(t)$:

$$E_{\text{THz}}(t) = -\partial_t A_{\text{THz}}(t) \quad \text{und} \quad J(t) = \partial_t P(t). \quad (3.75)$$

Im Frequenzraum ergibt sich

$$E_{\text{THz}}(\omega) = i\omega A_{\text{THz}}(\omega) \quad \text{und} \quad P(\omega) = \frac{i}{\omega} J(\omega). \quad (3.76)$$

Damit wird die Suszeptibilität zu

$$\chi(\omega) = \frac{P(\omega)}{\varepsilon_0 E_{\text{THz}}(\omega)} = \frac{J(\omega)}{\varepsilon_0 \omega^2 A_{\text{THz}}(\omega)}. \quad (3.77)$$

Es genügt also, den Strom J in linearer Abhängigkeit ($J \propto A_{\text{THz}}$) vom Vektorpotential A_{THz} zu berechnen, da sich das Vektorpotential anschließend herauskürzt. Berücksichtigt man für den Strom neben dem Intrabandbeitrag auch Interbandbeiträge, findet man letztlich

$$\begin{aligned} J(t) &= \frac{1}{SL} \sum_{\lambda, \vec{k}} j_{\lambda}(\vec{k}) f_{\vec{k}}^{\lambda}(t) - \sum_{\lambda} \frac{e^2 n_{\lambda}}{m_{\lambda} L} A_{\text{THz}}(t) \\ &= J_{\text{THz}}(t) + J_{A^2}(t), \end{aligned} \quad (3.78)$$

wobei S die Quantisierungsfläche angibt und L die Dicke des zweidimensionalen Systems im Sinne der Schichtdicke auf der die Wellenfunktionen eingeschränkt sind. Analog zu Abschnitt 3.3.1 ist auch hier λ ein Bandindex, welcher in der Zweiband-Näherung die Werte $\lambda \in \{v, c\}$ für das Valenzband (v), respektive das Leitungsband (c) annehmen kann. Die Ladungsträgerdichte im Band λ wird durch n_λ beschrieben und die Besetzungswahrscheinlichkeiten durch $f_k^\lambda = \langle a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}} \rangle$. Weiterhin ist $j_\lambda(\vec{k})$ das Strom-Matrix-Element, wobei

$$j_\lambda(\vec{k}) = \frac{e\hbar}{m_\lambda} \vec{k} \cdot \vec{e}_A \quad (3.79)$$

und m_λ die effektive Masse des Bandes λ . Der Strom besteht gemäß Gleichung (3.78) aus zwei Beiträgen, dem THz-Term (J_{THz}) und dem sogenannten A^2 -Term (J_{A^2}). Der THz-Term beschreibt einen Strom, welcher auf Vielteilcheneffekte zurückgeht, während der A^2 -Term einen ponderomotiven Beitrag darstellt. Dieser ponderomotive Beitrag berücksichtigt den Effekt, dass die Ladungsträger der langsamen Schwingung des THz-Feldes folgen können.

Um $J(\omega)$ nach Gleichung (3.78) zu berechnen, muss daher die Bewegungsgleichung für die Besetzungswahrscheinlichkeiten f_k^λ gelöst werden. Dies geschieht über

$$-i\hbar \partial_t a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}} = \left[\mathcal{H}, a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}} \right]. \quad (3.80)$$

Der Hamiltonoperator $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{kin}} + \mathcal{H}_C + \mathcal{H}_{\text{LM}}$ setzt sich aus kinetischer (\mathcal{H}_{kin}) und Coulomb-Wechselwirkungsenergie (\mathcal{H}_C) zusammen, sowie einem zusätzlichen Beitrag (\mathcal{H}_{LM}), der die Wechselwirkung zwischen Licht und Materie beschreibt. Die einzelnen Beiträge sind:

$$\mathcal{H}_{\text{kin}} = \sum_{\vec{k}, \lambda} \mathcal{E}_{\lambda, \vec{k}} a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}}, \quad (3.81)$$

$$\mathcal{H}_C = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\vec{k}, \vec{k}' \\ \vec{q} \neq 0 \\ \lambda, \lambda'}} V_{\vec{q}}^{\lambda, \lambda'} a_{\lambda, \vec{k}-\vec{q}}^+ a_{\lambda', \vec{k}'+\vec{q}}^+ a_{\lambda', \vec{k}'} a_{\lambda, \vec{k}}, \quad (3.82)$$

$$\mathcal{H}_{\text{LM}} = \sum_{\vec{k}, \lambda} \left(-j_\lambda(\vec{k}) A_{\text{THz}}(t) + \frac{e^2}{2m_0} A_{\text{THz}}^2(t) \right) a_{\lambda, \vec{k}}^+ a_{\lambda, \vec{k}}. \quad (3.83)$$

Das Coulomb-Matrix-Element $V_{\vec{q}}^{\lambda, \lambda'}$ ist für die Wechselwirkung zwischen gleichartigen Ladungsträgern

$$V_{\vec{q}}^{c, c} = V_{\vec{q}}^{v, v} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}} S} \frac{1}{q}, \quad (3.84)$$

mit S als Quantisierungsfläche und $q = |\vec{q}|$. Für den Fall einer räumlichen Trennung von Elektronen und Löchern im System gilt

$$V_{\vec{q}}^{c,v} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_{\text{BG}}S} \frac{1}{q} e^{-q d_{eh}}, \quad (3.85)$$

wobei d_{eh} den Abstand zwischen den Ebenen der Elektronen und Löchern angibt. Dies ermöglicht die Beschreibung des im Experiment untersuchten zweidimensionalen Elektronengases (2DEG), bei dem durch Dotierung in die Probe eingebrachte positive Donatoratome die Rolle der Löcher übernehmen und räumlich von dem Elektronengas getrennt sind. Die korrespondierenden Lochmassen m_v werden dann als unendlich groß angenommen. Für Systeme ohne räumliche Trennung zwischen Elektronen und Löchern ist $d_{eh} = 0$ und somit $V_{\vec{q}}^{c,v} = V_{\vec{q}}^{c,c} = V_{\vec{q}}^{v,v}$. Dies ist bei dem im Experiment verwendeten Mehrfachquantenfilm der Fall. Dort werden Elektronen und Löcher durch optische Anregung erzeugt und die Potentialtöpfe in Valenz- und Leitungsband korrespondieren räumlich.

Bei der Berechnung der Bewegungsgleichungen zeigt sich, dass die Besetzungswahrscheinlichkeiten $f_{\vec{k}}^\lambda$ als Einteilchen-Größen an Zweiteilchen-Größen der Form

$$\begin{aligned} C_{eh}^{\vec{q}\vec{k}'\vec{k}} &= \Delta \langle a_{c,\vec{k}}^+ a_{v,\vec{k}'}^+ a_{v,\vec{k}'+\vec{q}} a_{c,\vec{k}-\vec{q}} \rangle \\ &\equiv \langle a_{c,\vec{k}}^+ a_{v,\vec{k}'}^+ a_{v,\vec{k}'+\vec{q}} a_{c,\vec{k}-\vec{q}} \rangle - \langle a_{c,\vec{k}}^+ a_{v,\vec{k}'}^+ a_{v,\vec{k}'+\vec{q}} a_{c,\vec{k}-\vec{q}} \rangle_S \end{aligned} \quad (3.86)$$

koppeln. Dort bezeichnet $\langle \dots \rangle_S$ die Einteilchen-Faktorisierung, entsprechend der Hartree-Fock-Faktorisierung [Kir06]. Die Größe $C_{eh}^{\vec{q}\vec{k}'\vec{k}}$ beschreibt damit Zweiteilchen-Korrelationen jenseits der Hartree-Fock-Näherung. Die Bewegungsgleichung für die Zweiteilchen-Korrelationen wird ebenfalls berechnet. Dort auftretende Dreiteilchen-Größen werden gemäß des Ansatzes der so genannten Cluster-Expansion [Kir06] in Einteilchen- und Zweiteilchen-Größen faktorisiert und die verbleibenden Dreiteilchen-Korrelationen als phänomenologische Dämpfungsparameter behandelt. Es bleibt also bei gekoppelten Bewegungsgleichungen für die Größen $f_{\vec{k}}^\lambda$ und $C_{eh}^{\vec{q}\vec{k}'\vec{k}}$, welche jedoch teilweise nur numerisch gelöst werden können. Für die transversale dielektrische Funktion erhält man schließlich

$$\varepsilon_T(\omega) = \varepsilon_{\text{BG}} \left(1 - \frac{\omega_{\text{PL}}^2}{\omega^2} \right) + \frac{J_{\text{THz}}(\omega)}{\varepsilon_0 \omega^2 A_{\text{THz}}(\omega)}, \quad (3.87)$$

mit der dreidimensionalen Plasmafrequenz

$$\omega_{\text{PL}}^2 = \frac{(n_{2\text{D}}/L)e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{BG}} m}. \quad (3.88)$$

Hier bezeichnet n_{2D} die zweidimensionale Ladungsträgerdichte im System und m die reduzierte Masse, bestehend aus der effektiven Elektronen- und Lochmasse. Der THz-Strom J_{THz} in Gleichung (3.87) muss numerisch berechnet werden. Es zeigt sich, dass der A^2 -Term zu der typischen Plasmaantwort des dreidimensionalen Ladungsträgerplasmas führt, ähnlich zum Drude-Lorentz-Oszillatormodell, allerdings für verschwindende Dämpfung. Offensichtlich misst man mit transversalen Feldern an einem zweidimensionalen System auch die dreidimensionale Plasmafrequenz. Der zusätzlich auftretende THz-Term berücksichtigt nun allerdings die Vielteilcheneffekte und ist für den Imaginärteil der dielektrischen Funktion und somit für die Absorption der THz-Strahlung verantwortlich.

4 Experimentelle Methodik: THz-Zeitbereichspektroskopie

In diesem Kapitel wird die THz-Zeitbereichspektroskopie als verwendete experimentelle Methodik dargestellt und in ihren Grundzügen erläutert. In Abschnitt 4.1 wird zunächst ein kurzer Überblick über die in diesem Versuchsaufbau verwendeten Methoden zur Erzeugung und Detektion von THz-Impulsen gegeben. Anschließend wird in Abschnitt 4.2 das Prinzip der verwendeten zeitaufgelösten Optische-Anrege-THz-Abfrage-Technik, sowie Aufbau und Funktionsweise des Spektrometers erläutert. Auf notwendige Rohdatenverarbeitung und das grundsätzliche Berechnen der dielektrischen Funktion aus den gemessenen Daten wird letztlich in Abschnitt 4.3 eingegangen.

4.1 Erzeugung und kohärente Detektion von THz-Impulsen

Die THz-Zeitbereichspektroskopie basiert auf der optoelektronischen Erzeugung von elektromagnetischen Impulsen im THz-Frequenzbereich mit Hilfe von ultrakurzen Laserimpulsen. Im Unterschied zu konventioneller Spektroskopie, die auf der Detektion der Lichtintensität beruht, lassen sich bei der THz-Zeitbereichspektroskopie durch kohärente Detektion elektromagnetische Wechselfelder mit einer Zeitauflösung im Femtosekundenbereich beobachten. Dabei wird der zeitliche Verlauf des elektrischen Feldes $E_{THz}(t)$ direkt gemessen, so dass Amplitude und Phase gleichzeitig zugänglich werden. Eine ausführliche Beschreibung der Erzeugung und Detektion von THz-Impulsen findet sich in [Nah96, Wu96, Wu97, Nus98, Gal99, Löf03, Dre05, Gru06, Köh07, Jun08]. Hier wird in den nächsten beiden Teilabschnitten lediglich eine verkürzte Darstellung zur Veranschaulichung des Prinzips gegeben.

4.1.1 THz-Erzeugung durch photoleitende Emmitter

Zur Erzeugung von THz-Impulsen wird in diesem Experiment ein photoleitender Emmitter¹ verwendet. Die Funktionsweise des Emitters wird hier nur kurz skizziert, eine detaillierte Darstellung findet sich in [Dre05].

Der schematische Aufbau des photoleitenden Emitters ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Auf einem GaAs-Substrat sind mittels Photolithographie zwei ineinandergreifende Elektrodenkämme aufgebracht. An diese wird eine elektrische Spannung angelegt, so dass ein elektrisches Feld zwischen den Elektroden entsteht. Durch das wechselseitige Ineinandergreifen der Elektroden werden an einer Elektrode gegensätzlich gerichtete Felder zu den beiden Nachbar Elektroden erzeugt. Um über die gesamte Struktur hinweg einseitig gerichtete Felder zwischen den Elektroden zu erhalten, wird jeder zweite Elektrodenzwischenraum von einer Isolierschicht und einem darüberliegenden Metallfilm abgedeckt. Durch eingestrahlte Femtosekunden-Laserimpulse werden freie Ladungsträger im GaAs-Substrat erzeugt. Dabei muss die Zentralwellenlänge des anregenden Laserimpulses unter 870 nm sein, entsprechend der Bandkante von GaAs bei Raumtemperatur, um Ladungsträger im GaAs zu erzeugen. Die optisch generierten Ladungsträger werden durch die anliegenden Felder zwischen den Elektroden beschleunigt. Dies führt zu ultrakurzen Strömen, welche elektromagnetische Strahlung im THz-Frequenzbereich abstrahlen. Die

¹GigaOptics GmbH, TERA-SED

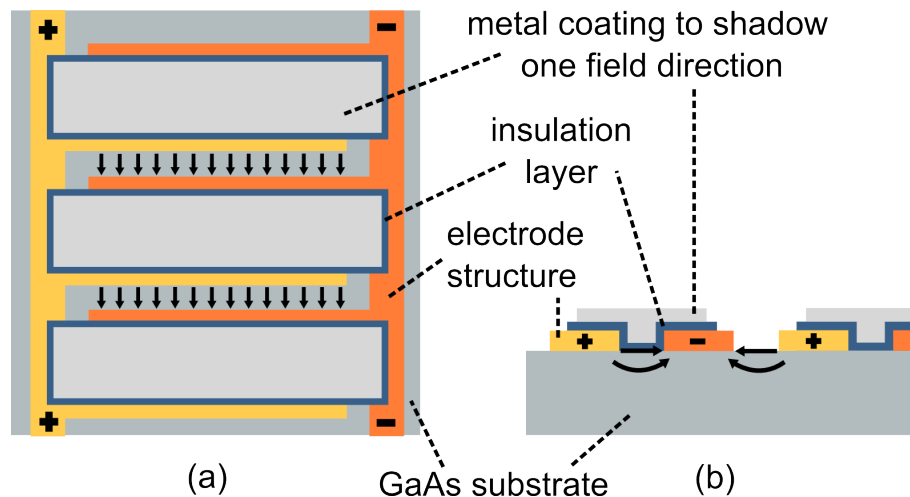


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des photoleitenden THz-Emitters. (a) Sicht von oben auf die Struktur, (b) Ansicht eines vertikalen Querschnitts durch die Struktur.

oben erwähnte Abdeckung ermöglicht, dass nur in eine Richtung fließende Ströme zur Erzeugung des THz-Feldes beitragen und somit die einzelnen abgestrahlten Felder im Bereich des Fernfeldes konstruktiv überlagern. Da die Ströme parallel zur Oberfläche der GaAs-Schicht verlaufen, wird das THz-Feld gemäß der Intensitätsverteilung einer Dipolstrahlung senkrecht zur Oberfläche mit der größten Intensität abgestrahlt. Die Bandbreite der emittierten THz-Strahlung wird im Wesentlichen durch die zeitliche Dauer des Anregeimpulses bestimmt, sowie durch die Höhe der angelegten Spannung. Optische Anregungsimpulse länger als 100 fs reduzieren die Bandbreite deutlich.

Die Bandbreite des im Experiment verwendeten THz-Emitters reicht bis etwa 3 THz, wird allerdings durch den verwendeten THz-Detektor nicht vollständig ausgenutzt, siehe dazu den folgenden Abschnitt 4.1.2.

4.1.2 Elektro-Optische THz-Detektion

Eine weit verbreitete Methode zur kohärenten Detektion von THz-Strahlung ist die Methode des elektro-optischen Abtastens. Es basiert auf Veränderung der Polarisations- oder Phaseneigenschaften eines optischen Abtaststrahles durch den linearen elektro-optischen Effekt, auch Pockels-Effekt genannt. Dieser Effekt tritt in nichtlinearen Kristallen auf, induziert durch elektrische Felder, in diesem Fall durch das THz-Feld. Über den Pockels-Effekt induziert ein einfallendes THz-Feld eine Verzerrung des Brechungsindexellipsoiden des nichtlinearen Kristalles, so dass der durch den Kristall transmittierte optische Abtaststrahl eine Doppelbrechung erfährt. Dabei werden zwei zu dem Hauptachsensystem des Kristalls parallele Komponenten des Abtaststrahls gegeneinander phasenverschoben. Dies entspricht quasi einer Polarisationsdrehung des vorher linear polarisierten Abtaststrahles, in linearer Abhängigkeit des zum optischen Abtaststrahl kopropagierenden THz-Feldes. Über folgende Polarisationsoptiken kann diese Polarisationsdrehung in einen Intensitätsunterschied zweier Teilstrahlen transformiert werden. Sind die optischen Abtastimpulse zeitlich deutlich kürzer als die einfallenden THz-Impulse, ist die Änderung der Polarisation direkt proportional zum momentanen elektrischen Feld der THz-Strahlung. Durch zeitliches Verschieben von THz-Impuls und optischem Abtastimpuls gegeneinander kann so der zeitliche Feldverlauf des THz-Impulses abgetastet werden. Die Bandbreite dieser Detektion ist allerdings durch die unterschiedlichen Propagationsgeschwindigkeiten von THz-Impuls und Abtastimpuls im Kristall begrenzt. Durch den entstehenden Laufzeitunterschied zwischen den beiden Impulsen, sieht der optische Abtastimpuls ein zeitlich veränderliches THz-Feld, so dass die letztendlich gemessene Polarisationsdrehung nur proportional zum Zeitmittel des THz-Feldes ist. Dieses Zeitmittel ist über

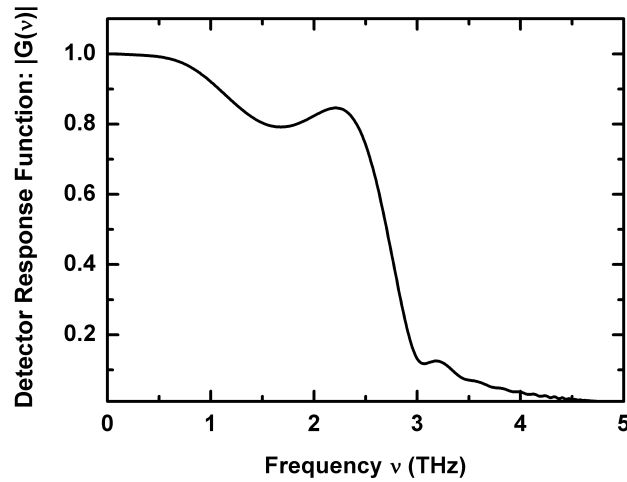


Abbildung 4.2: Absolutbetrag der Detektorantwort in Abhängigkeit der THz-Frequenz eines 0,8 mm dicken ZnTe-Kristalls. Die detektierbare Bandbreite reicht bis etwa 2,5 - 2,75 THz. Der kurze Einbruch der Detektorantwort bei etwa 1,6 THz ist im Wesentlichen auf Absorptionseffekte durch Zweiphononenprozesse in ZnTe zurückzuführen [Gal99, Sch01, Gru06].

den Laufzeitunterschied abhängig von der Kristalldicke des verwendeten Detektorkristalls. Man findet letztlich, dass die detektierbare Bandbreite des THz-Feldes größer wird, je dünner der verwendete Kristall ist. Die detektierbare Bandbreite des im Experiment verwendeten 0,8 mm dicken Detektorkristalls ist anhand des Absolutbetrages der frequenzabhängigen Detektorantwortfunktion $G(\omega)$ in Abbildung 4.2 dargestellt. Sie reicht bis etwa 2,5 THz - 2,75 THz. Für eine größere Detektionsbandbreite wäre ein dünnerer Kristall notwendig. Da die Bandbreite des im Experiment verwendeten THz-Emitters jedoch nicht über 3 THz hinausgeht und die für das Experiment relevanten THz-Signaturen hauptsächlich im Bereich von 0,5 THz - 2,5 THz liegen, ist die Bandbreite des verwendeten Kristalls ausreichend. Ein Modell zur quantitativen Berechnung der Detektorantwort beinhaltet sowohl Propagationseffekte, als auch den Verlauf der ZnTe-Absorption im Bereich bis 5 THz durch TO-Phononen und Zweiphononenprozesse. Details werden in [Nah96, Wu96, Wu97, Gal99, Sch01, Gru06] erläutert.

4.2 Optische-Anrege-THz-Abfrage-Zeitbereichsspektroskopie

Aufgrund der zeitlichen Synchronisation der THz-Transienten mit den erzeugenden optischen Laserimpulsen ist die THz-Zeitbereichsspektroskopie ideal für Optische-Anrege-THz-Abfrage-Experimente geeignet. Das Prinzip der zeitaufgelösten Anrege-Abfrage-Spektroskopie wird im Folgenden kurz erläutert. Anschließend wird der Aufbau und die Funktionsweise des Spektrometers dargestellt.

4.2.1 Das Prinzip der zeitaufgelösten Anrege-Abfrage-Spektroskopie

Um Vorgänge in Piko- oder Femtosekundenzeitskalen zu messen, bedient man sich typischerweise der Technik der zeitaufgelösten Anrege-Abfrage-Spektroskopie, da die meisten Detektoren¹ für solche Messungen nicht schnell genug sind. Die zeitaufgelöste Anrege-Abfrage-Spektroskopie ist bereits seit einigen Jahrzehnten bekannt und etabliert. Im Optischen wurde sie in der Vergangenheit mit großem Erfolg eingesetzt, um schnelle Relaxationsprozesse in Halbleitern zu untersuchen. Das grundlegende Prinzip ist in Abbildung 4.3 veranschaulicht. Ein kurzer Anregeimpuls trifft auf die Probe und regt dort Zustände an. Ein folgender Abfrageimpuls mit variabler Zeitverzögerung t_D gegenüber dem Anregeimpuls fragt den zeitlichen Verlauf der Besetzung des angeregten Zustandes ab. Die Zeitverzögerung t_D wird dabei typischerweise durch eine mechanisch in der Länge veränderbare Verzögerungsstrecke realisiert, die der Abfrage- gegenüber dem Anregeimpuls zusätzlich zurücklegen muss. Die zeitliche Auflösung dieser Methodik ist nur durch die Dauer der beiden Impulse beschränkt und nicht durch die Zeitauflösung des Detektors. In der im Experiment verwendeten Variante der Optischen-Anrege-THz-Abfrage-Spektroskopie fungiert ein spektral schmaler, 2 ps langer optischer Impuls als Anregeimpuls. Je nach Anregewellenlänge und Intensität erzeugt dieser durch Interbandanregung von Valenz- in das Leitungsband exzitronische Zustände und/oder ein Elektron-Loch-Plasma. Der folgende THz-Abtastimpuls regt dann z.B. intraexzitronische Übergänge oder Plasmaresonanzen an. Die Messung des Abtastfelds E_{THz} und dessen anregungsinduzierte Änderung ΔE_{THz} als Funktion der Anrege-Abfrage-Verzögerungszeit t_D gibt Aufschluss über die zeitliche Dynamik der angeregten Zustände. Dabei werden E_{THz} und ΔE_{THz} direkt in der Zeitdomäne gemessen, wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben. Aus

¹Eine Ausnahme ist die "Streakkamera".

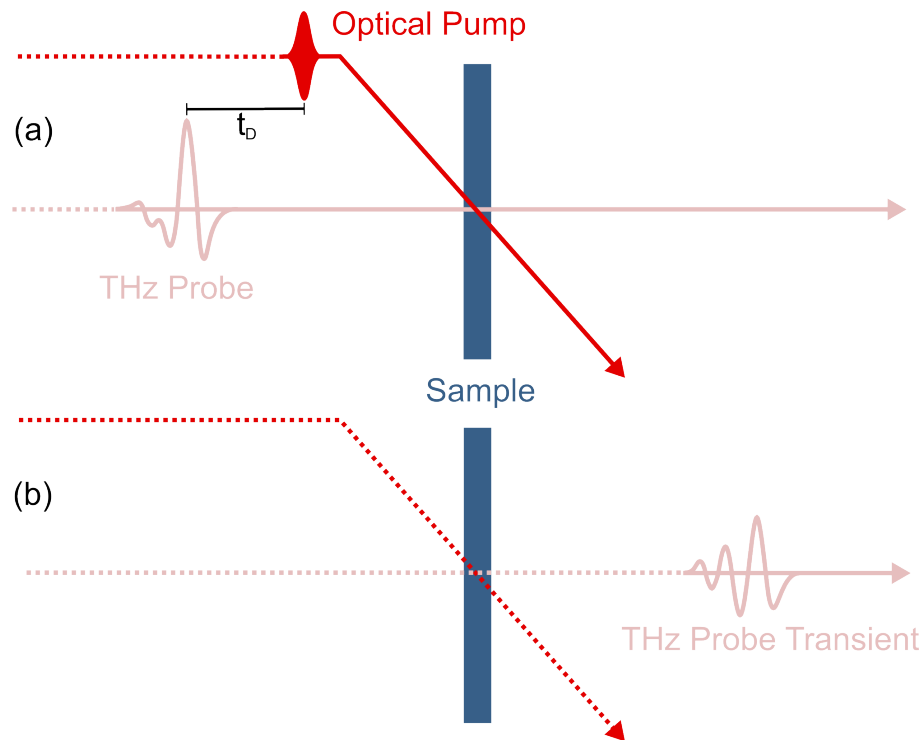


Abbildung 4.3: Schematische Illustration des Anrege-Abfrage-Prinzips am Beispiel eines Optische-Anrege-THz-Abfrage-Experimentes: (a) Ein kurzer optischer Laserimpuls trifft vor einem um die Zeit t_D verzögerten THz-Abfrageimpuls auf die Halbleiter-Probe und generiert dort Ladungsträgerzustände. (b) Der THz-Abfrageimpuls fragt die Besetzung der angeregten Zustände ab. Durch variables Einstellen der Anrege-Abfrage-Verzögerungszeit t_D lässt sich somit das zeitliche Verhalten der Ladungsträgerzustände verfolgen.

diesen Daten lässt sich die vollständige komplexwertige dielektrische Funktion des Systems auf einer Bandbreite von etwa 0,25 THz bis 2,5 THz gewinnen.

4.2.2 Der Aufbau des Spektrometers

Der Aufbau des Spektrometers wird durch Abbildung 4.4 vereinfacht schematisch dargestellt. Ausgehend von einem 10 W Pumplaser² werden zwei Ti:Sa³-

²Spectra Physics (Newport), Millenia Xs

³Titan:Saphir

Oszillatoren ⁴ mit je 5W betrieben. Ein Ti:Sa-Laser liefert ultrakurze Laserimpulse von etwa 60 fs Dauer bei einer Ausgangsleistung von etwa 1,1 W und einer Zentralwellenlänge von 795 nm. Der andere Ti:Sa-Laser liefert Laserimpulse im Bereich 2 ps bei einer Ausgangsleistung von 840 mW. Er ist im Wellenlängenbereich von etwa 780 nm - 880 nm verstimmbar. Beide Oszillatoren haben eine Repetitionsrate von 80 MHz und sind synchronisiert, so dass sie zueinander phasenstarre Laserimpulse aussenden. Dies wird durch eine "Lok-To-Clock"-Synchronisationseinheit⁵ erreicht, die durch Anpassen der Resonatorlänge des Femtosekundenlasers die Repetitionsraten beider Ti:Sa-Laser aufeinander abstimmt. Der Phasenjitter zwischen den beiden Lasern beträgt etwa 2 ps. Der Femtosekundenlaser wird zur Erzeugung und Detektion der THz-Strahlung verwendet. Sein Impulszug ist zunächst dahingehend linear polarisiert, dass das elektrische Feld senkrecht zur Tischebene oszilliert. Ein elektro-optischer Modulator dreht die Schwingungsebene des elektrischen Feldes anschließend zu parallel bezüglich der Tischebene. Weiterhin kann mit Hilfe des elektro-optischen Modulators die Repetitionsrate des Impulszuges herabgesetzt werden, indem man einzelne Impulse herauspickt. Durch den im elektro-optischen Modulator befindlichen Kristall werden die kurzen Laserimpulse durch Gruppengeschwindigkeitsdispersion zeitlich aufgezogen, was einen folgenden Prismen-Kompressor nötig macht, um die Laserimpulse wieder zu komprimieren. Ein anschließender Strahlteiler teilt den Impulszug in ein Verhältnis von 70:30 (Transmission zu Reflexion) auf. Der intensivere Teil des Lichtes läuft über eine variable Verzögerungsstrecke und wird mittels einer Linse auf einen photoleitenden THz-Emitter⁶ fokussiert, um dort THz-Strahlung zu erzeugen. Näheres dazu ist in Abschnitt 4.1.1 erläutert. Die Verzögerungsstrecke kann über eine Länge von 25 cm mit einer umgerechneten Verzögerungsgenauigkeit im Sub-Femtosekundenbereich verfahren werden. Der photoleitende THz-Emitter benötigt Impulse kürzer als 100 fs um THz-Impulse mit einer Bandbreite bis etwa 2,75 THz erzeugen zu können. Längere Lichtimpulse führen zu einer verkürzten THz-Bandbreite, die für das Experiment nicht mehr sinnvoll verwendet werden kann. Der THz-Emitter ist auf einem Halter mit drei translatorischen Freiheitsgraden und einem Drehfreiheitsgrad um die optischen Achse montiert, um möglichst optimal positioniert werden zu können. Die emittierte THz-Strahlung wird über einen Off-Axis-Parabolspiegel eingesammelt und kollimiert. Ein weiterer Off-Axis-Parabolspiegel fokussiert die THz-Impulse auf die Probe. Diese befindet sich innerhalb eines Kryostaten und kann auf eine Temperatur von etwa 5 K gekühlt werden. Der transmittierte THz-Impuls wird anschließend mittels zwei weiterer

⁴Spectra Physics (Newport), Tsunami

⁵Spectra Physics (Newport)

⁶GigaOptics GmbH, TERA-SED

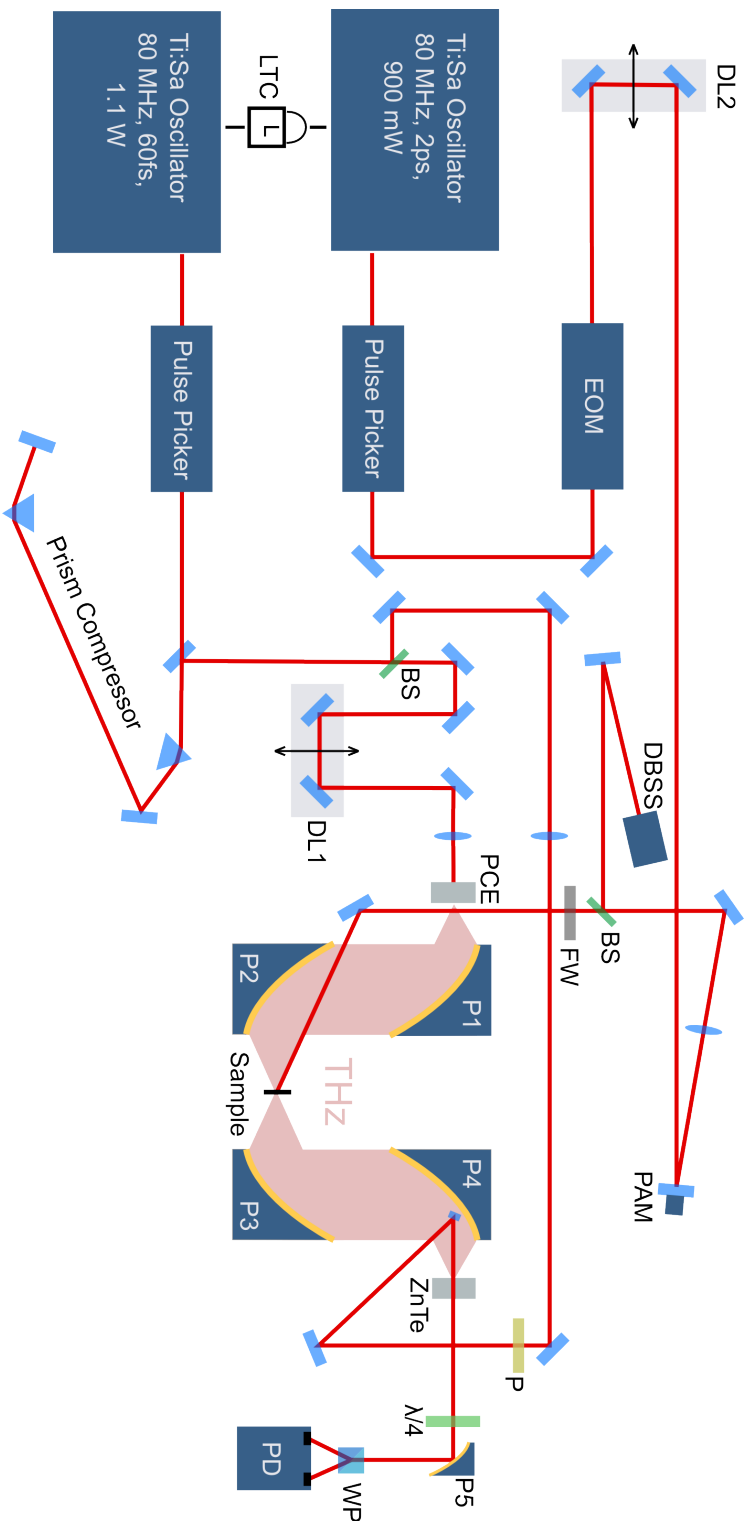


Abbildung 4.4: Schematischer Aufbau des THz-Spektrometers für Optische-Anrege-THz-Abfrage-Experimente.

Abkürzungen: BS – Strahlteiler, DBSS – Positionsempfindlicher Detektor des BeamLock2D, DL1 – Verzögerungsstrecke der THz-Erzeugung, DL2 – Verzögerungsstrecke der optischen Anregung, EOM – Elektro-optischer Modulator, FW – Filterrad, LTC – “Lok-To-Clock” Synchronisationseinheit, P – Polarisator, PAM – Piezogesteuerter Spiegel des BeamLock2D, PCE – Photoleitender THz-Emitter, PD – Photodioden, P1, P2, P3, P4, P5 – Off-Axis-Parabolspiegel, WP – Wollaston Prisma, ZnTe – ZnTe-THz-Detektorkristall, $\lambda/4$ – $\lambda/4$ -Platte.

Off-Axis-Parabolspiegeln auf den ZnTe-Detektorkristall fokussiert. Dieser ist in $\langle 110 \rangle$ -Richtung geschnitten und 0,8 mm dick.

Der am Strahlteiler abgespaltene Abtaststrahl wird über eine Reihe von Spiegeln mittels einer Linse ebenfalls auf den ZnTe-Detektorkristall fokussiert. Um ein möglichst großes Wechselwirkungsgebiet für den elektro-optischen Effekt zu erhalten, müssen die Foki des Abtaststrahls und des THz-Strahls auf dem ZnTe-Detektorkristall möglichst gut überlappen. Ein Polarisator im Abtastarm frischt die Polarisation des Abtaststrahls auf und sollte daher möglichst nahe am ZnTe-Kristall positioniert werden. Der letzte Spiegel vor dem Detektorkristall ist entsprechend klein gewählt, so dass möglichst wenig Apertur des THz-Signals durch den Spiegel verdeckt wird, aber der komplette Abtaststrahl immer noch auf den Kristall fallen kann. Der ZnTe-Detektorkristall ist aus den gleichen Gründen wie beim THz-Emitter ebenfalls mit den entsprechenden 4 Freiheitsgraden gehaltert. Hier lässt sich das Rauschen des THz-Signals durch Verschieben des Detektorkristalls beeinflussen, da der ZnTe-Kristall nicht homogen in seiner Qualität ist. Durch Drehung des Kristalls um die optische Achse des Abtaststrahls, so dass die kristalline $\langle 110 \rangle$ -Richtung senkrecht zur Polarisation der THz-Strahlung und des Abfrageimpulses ausgerichtet ist, kann ein maximales THz-Signal erzielt werden.

Die THz-Detektion erfolgt nach der Methode des elektro-optischen Abtastens, wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben. Die Polarisationssebene des Abtaststrahls wird im Detektorkristall durch den Pockelseffekt je nach anliegender momentaner Feldamplitude des abgetasteten THz-Impulses gedreht. Anschließend trifft der Abfragestrahl auf ein $\lambda/4$ -Plättchen. Dieses wird so justiert, dass das transmittierte Abfragelicht genau zirkular polarisiert ist, wenn im ZnTe-Detektor kein THz-Feld anliegt. Eine THz-induzierte Polarisationsdrehung des Detektorstrahls im ZnTe-Kristall führt nun zu elliptischer Polarisation des Lichtes hinter dem $\lambda/4$ -Plättchen. Durch ein folgendes Wollaston-Prisma werden die beiden senkrecht zueinander polarisierten Komponenten räumlich getrennt, so dass im Falle zirkularer Polarisation zwei gleich intensive Teilstrahlen entstehen, bei elliptischer Polarisation hingegen ein Teilstrahl mehr Intensität besitzt als der andere. Schließlich werden die beiden Teilstrahlen auf zwei selektierte baugleiche Photodioden fokussiert. Auf diese Weise lässt sich die Information der momentan anliegenden THz-Amplitude im Detektorkristall in zwei einfach messbare Lichtintensitäten transformieren. Diese Lichtintensitäten können durch einen Verlaufsfilter, welcher vor einer Photodiode platziert wird und durch einen microstepping-fähigen Motor fein eingestellt werden kann, abgeglichen werden, so dass sie bei nicht vorhandenem THz-Feld gleich stark sind.

Nun wird noch der Anregearm betrachtet: Der Impulszug des Pikosekunden-Lasers läuft ebenfalls durch einen elektro-optischen Modulator, analog zur Situation

beim Femtosekundenlaser. Ein Prismen-Kompressor ist hier allerdings nicht nötig, da die Laserimpulse im Pikosekundenbereich aufgrund ihrer geringen spektralen Breite im Vergleich zu ihrer vorherigen zeitlichen Länge deutlich weniger gestreckt werden, als dies bei den spektral breiten Femtosekunden-Impulsen der Fall ist. Der Anregestrahл durchläuft einen weiteren elektro-optischen Modulator, der nur als schneller Lichtzerhacker zur Amplitudenmodulation des Lichtes dient. Anschließend läuft der Strahl über eine 1 m lange Verschiebestrecke und wird durch eine Linse auf die Probe fokussiert. Ein im Strahlengang eingebrachtes Filterrad mit mehreren Filtern erlaubt verschieden starke Abschwächungen des Anregestrahls. Ein Spiegel hinter der Verzögerungsstrecke ist mit Piezoaktuatoren ausgestattet und ermöglicht in Kombination mit einem positionsempfindlichen Detektor und der entsprechenden Steuerelektronik Strahlkorrekturen, um Strahlabweichungen durch mechanisches Driften zu vermindern. Diese Abweichungen werden im Wesentlichen durch den langen Lichtweg über die Verschiebestrecke verursacht. Hauptsächliche Ursachen sind eine nicht perfekte Justage der beiden Spiegel auf der Verzögerungsstrecke, eine nicht perfekte Strahlführung parallel zur Laufrichtung des Verschiebeschlittens, oder minimale Krümmungen in der 1 m langen Schienenführung der Verzögerungsstrecke. Letztgenannte Krümmungen können eventuell fertigungsbedingt sein, oder durch minimale Biegung des Labortisches verursacht werden. Das Strahlkorrektursystem ist kommerziell unter dem Namen Beamlock2D⁷ erhältlich und stellt einen gleichbleibend guten räumlichen Überlapp zwischen optischem Anrege- und THz-Abfragestrahl auf der Probenoberfläche, unabhängig von der Position des Verzögerungsschlittens, sicher.

Der bislang beschriebene Aufbau dient zur Optischen-Anrege-THz-Abfrage-Spektroskopie. Durch kleine Änderungen am Aufbau lassen sich die Fähigkeiten des Spektrometers auch auf Optische-Anrege-Optische-Abfrage-Spektroskopie erweitern. Dazu wird der photoleitende THz-Emitter entfernt, so dass die breitbandigen Femtosekundenimpulse des THz-Erzeugerarms statt den THz-Impulsen auf die Probe fokussiert werden. Zwischen den letzten beiden Off-Axis-Parabolspiegeln wird ein zusätzlicher Auskoppelspiegel eingefügt, der das transiente Abfragelicht über eine Spiegelstrecke und eine weitere Linse in ein Gitterspektrometer mit angeschlossener CCD-Kamera, oder alternativ ein USB-Spektrometer führt. Die entsprechenden Änderungen sind in Abbildung 4.5 schematisch vereinfacht gezeigt. Der Anregearm des Pikosekundenlasers bleibt unverändert. Das Gitterspektrometer besitzt ein Gitter mit einer Gitterkonstanten von 600 Linien/mm und einer spektralen Bandbreite von etwa 30 nm. Die CCD-Kamera⁸ ist mit einem Lichtverstärker ausgestattet, um auch noch sehr schwaches Licht zu detektieren. Die spektrale Auflösung dieser Kombination beträgt etwa 0,2 nm. Das alternativ

⁷TEM Messtechnik GmbH

⁸Princeton Instruments, PI-MAX Camera

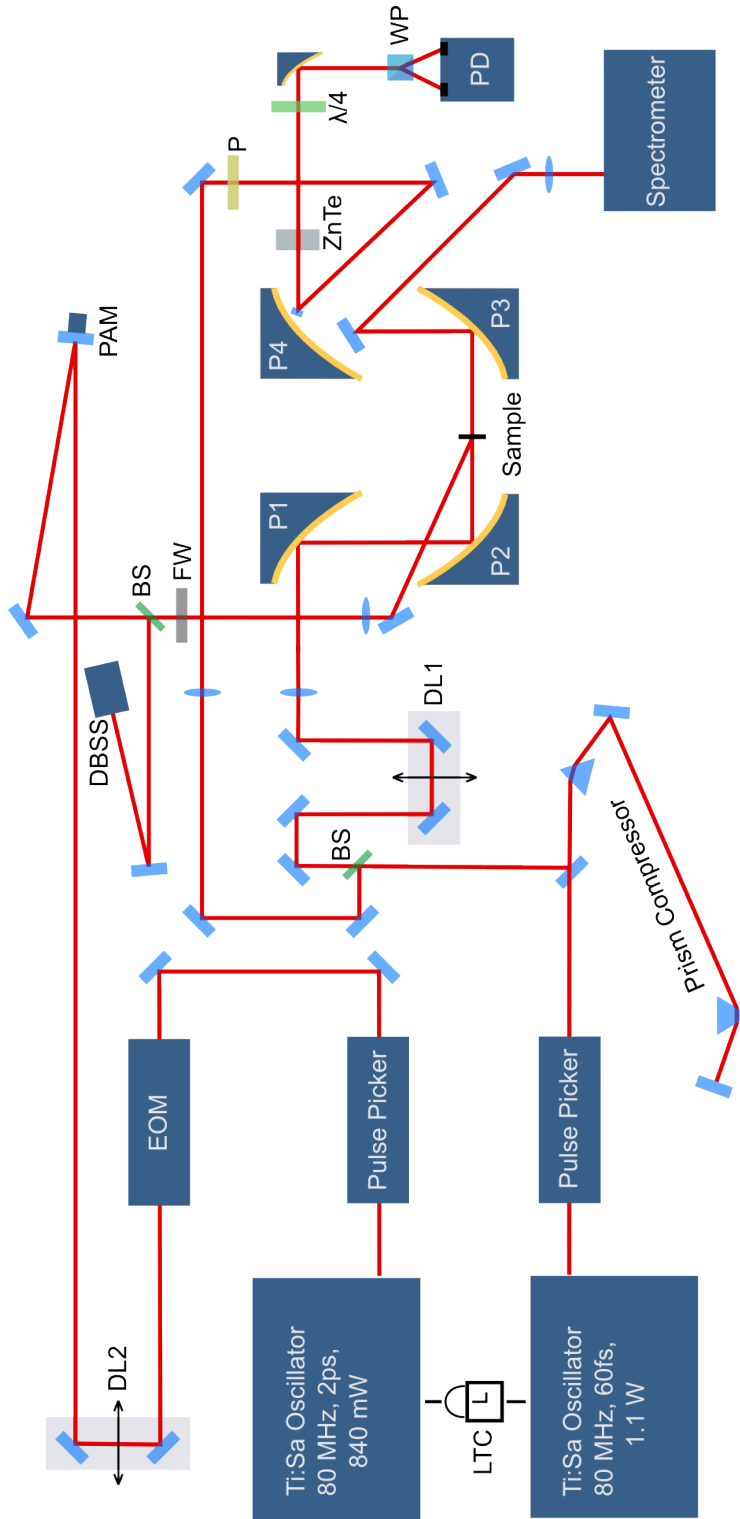


Abbildung 4.5: Schematischer Aufbau des THz-Spektrometers für Optische-Anrege-optische-Abfrage-Experimente. Abkürzungen: BS – Strahlteiler, DBSS – Positionsempfindlicher Detektor des BeamLock2D, DL1 – Verzögerungsstrecke der THz-Erzeugung, DL2 – Verzögerungsstrecke der optischen Anregung, EOM – Elektro-optischer Modulator, FW – Filterrad, LTC – “Lok-To-Clock” Synchronisationseinheit, P – Polarisor, PAM – Piezogesteuerter Spiegel des BeamLock2D, PD – Photodiode, P1, P2, P3, P4, P5 – Off-Axis-Parabolspiegel, WP – Wollaston Prisma, ZnTe – ZnTe-THz-Detektorkristall, $\lambda/4$ – $\lambda/4$ -Platte.

verwendete USB-Spektrometer⁹ umfasst einen spektralen Bereich von etwa 429 nm bis 1096 nm mit einer Auflösung von etwa 0,5 nm.

Durch diese Variabilität können an einer Probe sowohl Optische-Anrege-THz-Abfrage-Experimente, als auch Optische-Anrege-Optische-Abfrage-Experimente unter identischen Bedingungen durchgeführt werden.

4.2.3 Datenerfassung

Optische Absorptionsspektren werden aus der CCD-Kamera oder dem USB-Spektrometer direkt ausgelesen und per Messprogramm gemittelt.

Die Messung von THz-Feldern wird im Folgenden beschrieben: Der Lichteinfall des Abtaststrahls generiert in den unter Rückwärtsspannung betriebenen beiden Photodioden einen Photostrom durch einen bekannten Widerstand. Die an den beiden Widerständen abfallenden Spannungen sind zu den jeweiligen Photoströmen proportional. Die Differenz dieser Spannungen ΔU ist über die Differenz der Photoströme ΔI und der Polarisationsdrehung des Abtaststrahls, verursacht durch den linearen optischen Effekt im Detektorkristall, direkt proportional zur momentan im Detektorkristall anliegenden THz-Amplitude. Liegt kein THz-Feld im Detektorkristall an, muss damit $\Delta U = \Delta I = 0$ sein. Ist dies nicht der Fall, erlaubt der Verlaufsfilter vor einer Photodiode den Abgleich. Die THz-induzierte Differenzspannung ΔU lässt sich mittels Lock-In-Technik sehr genau vermessen. Zur Messung des THz-Feldes $E_{\text{THz}}(t)$ wird die am photoleitenden THz-Emitter anliegende Spannung mit einer Frequenz von 84 kHz moduliert. Ein synchronisierter Lock-In-Verstärker¹⁰ liest die Differenzspannung ΔU mit einer Zeitkonstante von 100 ms aus. Zur Messung der anregeinduzierten Änderung $\Delta E_{\text{THz}}(t)$ des THz-Signals wird in Abhängigkeit der untersuchten Probenstruktur entweder der Anregestrahls des Pikosekundenlasers durch einen elektro-optischen Modulator bei einer Frequenz von 102 kHz moduliert oder das untersuchte Ladungsträgersystem der Probe direkt kontaktiert und elektrisch moduliert. Ein dazu synchronisierter zweiter Lock-In-Verstärker wird dem ersten parallel geschaltet und liest somit das differentielle Signal mit gleich gewählter Zeitkonstante aus. Über ein Messprogramm lassen sich so sowohl THz-Feld $E_{\text{THz}}(t)$, als auch das differentielle Feld $\Delta E_{\text{THz}}(t)$ für jeden Messpunkt quasi gleichzeitig auslesen. Das zeitliche Eintreffen des THz-Impulses am ZnTe-Detektor wird mittels der variablen Verzögerungsstrecke mit typischen Sampling-Schrittweiten von 25 fs durchgeführt. Da der optische Detektorimpuls zeitlich sehr viel kürzer als der

⁹Ocean Optics, USB2000

¹⁰Stanford Research Systems Model 830SR DSP

THz-Impuls ist, kann somit der zeitliche Verlauf des THz-Impulses sukzessive abgetastet werden. Bei den verwendeten Lock-In-Verstärkern handelt es sich um 2-Kanal-Verstärker, was eine Messung beider Signalanteile - in Phase zur Modulation und um $\pi/2$ außer Phase zur Modulation - erlaubt. Damit steht die volle zeitliche Information über die THz-Felder zur Verfügung.

4.3 Datenverarbeitung

Bis zur endgültigen Auswertung werden die gemessenen THz-Daten noch aufbereitet. Für den Fall, dass die Phase des Lock-In-Verstärkers nicht optimal eingestellt ist, wird eine nachträgliche Phasenanpassung vorgenommen, so dass das um $\pi/2$ außer-Phase gemessene Signal von $E_{\text{THz}}(t)$ minimiert ist. Typischerweise ist das außer-Phase Signal zwei bis drei Größenordnungen kleiner als das zur Modulation gleichphasige Messsignal und kann daher vernachlässigt werden.

4.3.1 Berechnung der spektralen Daten aus den gemessenen THz-Zeitspuren

Da die gemessenen Daten in der Zeitdomäne vorliegen, aber spektral ausgewertet werden, ist eine Fouriertransformation notwendig. An dieser Stelle tritt eine grundlegende Problematik auf:

Der diskrete Fouriertransformationsalgorithmus geht von einer unendlich periodisch fortsetzbaren Messpunktfolge aus. Dies kann experimentell aber nicht realisiert werden, da Messungen prinzipiell endlich sind und aus Zeitgründen nur über einen Bereich von typischerweise 8 ps durchgeführt werden. Das Vorhandensein mehrerer spektraler Komponenten im gemessenen Signal führt damit zwangsläufig zur Nichtperiodizität des Signals. Dies hat zur Folge, dass der FFT¹¹-Algorithmus dadurch zusätzliche Stufen in der Zeitdomäne sieht. Im Prinzip handelt es sich dabei um eine Multiplikation des Signals mit einer Rechteckfunktion der Länge des gemessenen Intervalls. Dies entspricht im Frequenzbereich einer Faltung des Signalspektrums mit dem diskreten Spektrum der Rechteckfunktion, was zur Bildung von Seitenbändern führt. Dieses Phänomen wird als Leck-Effekt bezeichnet, da Amplitudenanteile von der eigentlichen Signalamplitude in Seitenbänder "lecken" [Har78]. Ein einfaches Beispiel wird in Abbildung 4.6 dargestellt. Die entsprechenden Auswirkungen können durch verschiedene Maßnahmen verringert, jedoch nie gänzlich vermieden werden. Da Signaluntergründe

¹¹engl.: fast Fourier transformation

einen ähnlichen Effekt haben, werden daher zunächst gegebenenfalls vorhandene Untergrundsignale von den Messdaten abgezogen. Anschließend werden die Daten mit einer Fensterfunktion multipliziert, um die Informationen “sanft“ ein- und auszublenden. Fensterfunktionen sind u.a. glockenartige Funktionen, die somit den Anfang und das Ende des gemessenen Datenintervalls gegen Null drücken und eine künstliche Periodizität erzeugen. Ihre Verwendung führt zu einer leichten Verbreiterung der Hauptsignalamplitude, jedoch werden weitere Seitenbänder stärker unterdrückt, wie Abbildung 4.6 beispielhaft zeigt.

Zuletzt wird ein so genanntes “Zero-Padding“ durchgeführt, d.h., es werden viele Nullen an das bearbeitete Datenintervall angehängt. Dies verbessert die Datendichtedichte im Frequenzbereich und sorgt in Kombination mit den Fensterfunktionen und einer geringen Sampling-Schrittweite Δt in der Messung dafür, dass die Konsequenzen der periodischen Fortsetzung vernachlässigbar werden, obgleich sie sich niemals vollständig beseitigen lassen. Geringe Sampling-Schrittweite bedeutet hierbei, dass die Nyquistfrequenz $1/\Delta t$ deutlich höher als die spektrale Intensität sein sollte. Im Experiment wird standardmäßig eine Sampling-Schrittweite von 25 fs verwendet, was eine Nyquistfrequenz von 40 THz ergibt. Die Bandbreite des THz-Signals umfasst dagegen nur den Bereich von etwa 0,25 bis 2,75 THz. Die anschließende Fouriertransformation liefert die zur Auswertung relevanten Felder $E(\omega)$, $\Delta E(\omega)$ in ihrer spektralen Form. Zur Anschauung zeigt Abbildung 4.7 ein in der Zeitdomäne gemessenes typisches THz-Feld, sowie sein Amplituden- und Phasenspektrum. Weitere Informationen zur Fouriertransformation und Anwendung von Fensterfunktionen, sowie Zero-Padding bei Messdaten, finden sich in [Har78, But98].

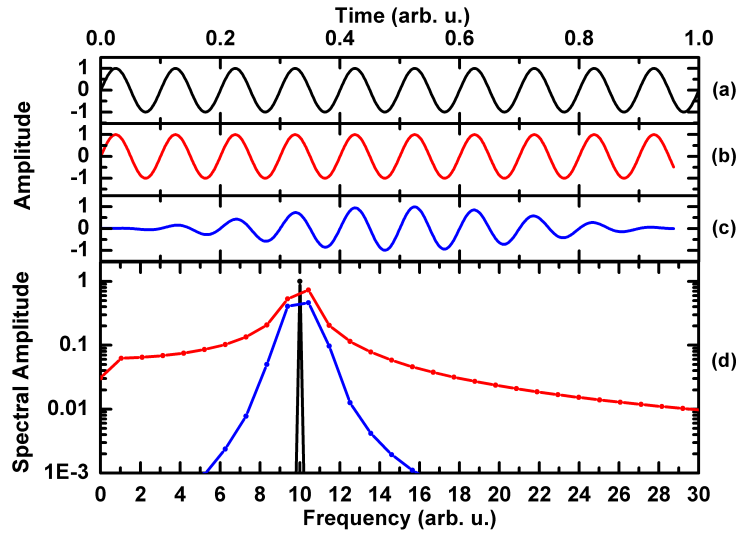


Abbildung 4.6: Veranschaulichung der Auswirkungen des Leck-Effektes bei diskreten Fouriertransformationen. In den folgenden Fällen wird immer die gleiche Sinusfunktion mit einer bestimmten Frequenz betrachtet: (a) Sinusfunktion im Zeitraum (schwarz). Das Zeitintervall ist entsprechend gewählt, so dass es ein Vielfaches der entsprechenden Periodendauer beträgt. (b) Sinusfunktion im Zeitraum (rot), nichtperiodisch abgeschnitten. (c) Sinusfunktion im Zeitraum (blau), nichtperiodisch abgeschnitten und mit einer Hanning-Fensterfunktion multipliziert, um die Enden des Zeitintervalls auf Null zu drücken. (d) Amplitudenspektren von a, b und c. Im Fall a (schwarz) erhält man ein Spektrum mit schmaler Linie bei der entsprechenden Frequenz. Im Fall b (rot) sind durch nichtperiodisches Abschneiden entstandene Seitenbänder zu erkennen, die nur sehr langsam abfallen. Im Fall c (blau) fallen die Seitenbänder durch das Hanning-Fenster deutlich schneller ab. Die Hauptsignalamplitude verbleibt etwas verbreitert. Ihre Höhe erscheint im Diagramm allerdings unverhältnismäßig niedrig, da in ihrem theoretischen Maximum kein Diagrammpunkt zur Darstellung vorhanden ist. Dies folgt durch die geringere Anzahl an Datenpunkten im Zeitraum, wodurch sich für die Spektren der Sinusfunktionen b und c ein anderer Punktabstand im spektralen Bereich ergibt.

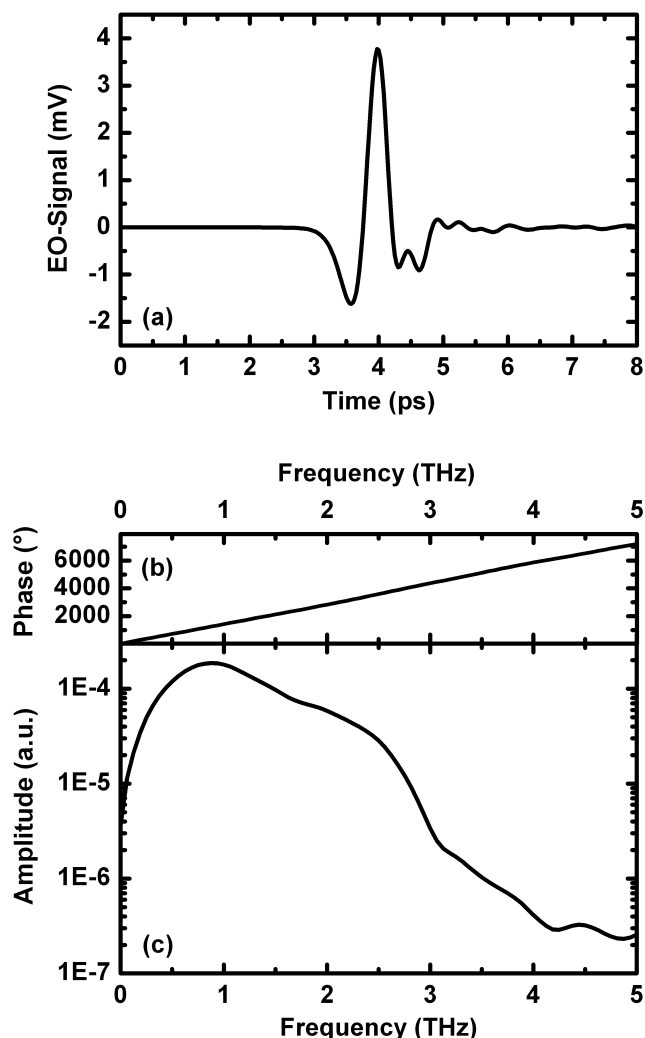


Abbildung 4.7: Gemessene Freiraum-Zeitspur eines typischen THz-Signals (a), sowie entsprechendes Phasenspektrum (b) und Amplitudenspektrum (c). Die experimentell nutzbare Bandbreite erstreckt sich über einen Spektralbereich von etwa 0,25 THz bis etwa 2,75 THz. Das Signal wurde durch einen photoleitenden Emitter erzeugt und mittels elektro-optischen Abtastens unter Verwendung eines 0,8 mm dicken ZnTe-Kristall detektiert. Einen Überblick über die Erzeugung und Detektion der THz-Strahlung wird in den Abschnitten 4.1.1 und 4.1.2 gegeben.

4.3.2 Berechnung der dielektrischen Funktion aus den spektralen Messdaten

Startpunkt zur Bestimmung der dielektrischen Funktion $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\text{BG}} + \chi(\omega)$ der experimentell untersuchten Systeme ist die transversale Wellengleichung (3.17) in Abschnitt 3.1.1. Durch Umstellen erhält man

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon_{\text{BG}}}{c^2} \partial_t^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \chi \partial_t^2 \vec{E} = \mu_0 \partial_t^2 \vec{P}. \quad (4.1)$$

Für eine zweidimensionale Struktur lässt sich die Polarisation P schreiben als

$$P = |\zeta(r_\perp)|^2 P_{2\text{D}}, \quad (4.2)$$

wobei $|\zeta(r_\perp)|^2$ das Betragsquadrat der einhüllenden Quantisierungsfunktion ist und hier die Einheit $1/\text{m}$ trägt. Die Größe $P_{2\text{D}}$ ist eine zweidimensionale Polarisationsfunktion. Da die einhüllende Quantisierungsfunktion viel kleiner als die THz-Wellenlänge ist, lässt sie sich durch eine δ -Funktion an der Position des zu untersuchenden zweidimensionalen Systems ($r_\perp = 0$) nähern [Kir06], so dass

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon_{\text{BG}}}{c^2} \partial_t^2 \vec{E} = \mu_0 \delta(r_\perp) \partial_t^2 \vec{P}_{2\text{D}}. \quad (4.3)$$

Seien nun im Folgenden E_0 das auf die Probe einfallende THz-Feld, E_{T} das durch die Probe transmittierte THz-Feld bei Abwesenheit des zweidimensionalen Ladungsträgersystems und $E_{\text{T},\xi}$ das durch die Probenstruktur transmittierte THz-Feld nach Wechselwirkung mit einem vorhandenen zweidimensionalen Ladungsträgersystem. Weiter sei E'_0 das in der Probe vorhandene THz-Feld, unmittelbar vor Wechselwirkung mit dem zweidimensionalen Ladungsträgersystem. Unter der Annahme, dass die Hintergrundbrechungsindizes der umgebenden Materialien nahezu gleich sind, lässt sich zeigen, dass für das transmittierte THz-Feld $E'_{\text{T},\xi}$ und das reflektierte THz-Feld $E'_{\text{R},\xi}$ an der Position des zweidimensionalen Ladungsträgersystems gilt [Kir06]:

$$E'_{\text{R},\xi}(\omega) = i\mu_0 \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_{\text{BG}}}} \omega P_{2\text{D}}(\omega) \quad (4.4)$$

$$E'_{\text{T},\xi}(\omega) = E'_0 + i\mu_0 \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_{\text{BG}}}} \omega P_{2\text{D}}(\omega). \quad (4.5)$$

Mittelt man die zweidimensionale Polarisation $P_{2\text{D}}$ über die Breite des zweidimensionalen Systems L , im Sinne der Schichtdicke auf der die Wellenfunktionen eingeschränkt sind, so erhält man eine dreidimensionale Polarisation

$$\frac{P_{2\text{D}}(\omega)}{L} = P(\omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) E'_{\text{T},\xi}(\omega). \quad (4.6)$$

Damit folgt

$$E'_{R,\xi}(\omega) = \frac{i\xi(\omega)}{1 - i\xi(\omega)} E'_0(\omega), \quad (4.7)$$

$$E'_{T,\xi}(\omega) = \frac{1}{1 - i\xi(\omega)} E'_0(\omega), \quad (4.8)$$

mit $\xi(\omega)$ als Verknüpfung zur Suszeptibilität:

$$\xi(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\omega L}{c\sqrt{\varepsilon_{BG}}} \chi(\omega). \quad (4.9)$$

Behandelt man das transmittierte Feld $E'_{T,\xi}$ zusammengesetzt aus ursprünglichem Feld $E'_0(\omega)$ und Änderung desselben durch die Wechselwirkung mit dem System $\Delta E'(\omega)$, so erhält man aus Gleichung (4.8) schließlich

$$i\xi(\omega) = \frac{\Delta E'(\omega)}{E'_{T,\xi}(\omega)} \approx \frac{\Delta E'(\omega)}{E'_0(\omega)}. \quad (4.10)$$

Hierbei gilt $\Delta E'(\omega) \ll E'_0(\omega)$ und damit auch $E'_{T,\xi}(\omega) \approx E'_0(\omega)$. Die Signaländerungen sind also sehr klein gegenüber den eigentlichen Feldern, weshalb sie als differentielle Signale mittels Lock-In-Technik gemessen werden. In Kombination mit Gleichung (4.9) folgt schließlich die dielektrische Funktion gemäß

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{BG} + \chi(\omega) = \varepsilon_{BG} - i \frac{2c\sqrt{\varepsilon_{BG}}}{\omega L} \cdot \frac{\Delta E'(\omega)}{E'_0(\omega)}. \quad (4.11)$$

Das Feld $E'_0(\omega)$ ist eigentlich das auf das zweidimensionale Ladungsträgersystem treffende THz-Feld. Genau genommen können weder dieses Feld, noch die Änderung $\Delta E'(\omega)$ direkt gemessen werden, sondern nur ihre Transienten durch den Rest der Probenstruktur. Da die beiden Felder jedoch im Zähler und Nenner eines Bruches stehen, können in Gleichung (4.11) anstatt der Felder $\Delta E'(\omega)$ und $E'_0(\omega)$ die gemessene transmittierte THz-Änderung $\Delta E_T(\omega)$ und das transmittierte THz-Feld $E_T(\omega) \approx E_{T,\xi}(\omega)$ verwendet werden. Der Quotient der Felder ändert sich dadurch nicht, da nun sowohl Zähler, als auch Nenner des Bruches die Transmission durch den Rest der Probenstruktur in gleicher Weise beinhalten. Für die Auswertung der gemessenen Daten folgt dann

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{BG} + \chi(\omega) = \varepsilon_{BG} - i \frac{2c\sqrt{\varepsilon_{BG}}}{\omega L} \cdot \frac{\Delta E_T(\omega)}{E_T(\omega)}. \quad (4.12)$$

Ebenso braucht die frequenzabhängige Detektorantwort $G(\omega)$ aus Abschnitt 4.1.2 nicht berücksichtigt zu werden. Sie wirkt streng genommen auch auf

beide transmittierten Felder und kürzt sich daher ebenfalls aus dem Quotienten der THz-Felder in den Gleichungen (4.11) und (4.12) heraus. Innerhalb der Detektorbandbreite ist das Ergebnis der Messungen daher von der Detektorantwort unabhängig. Bei Frequenzen mit kleiner oder verschwindender Detektorantwortfunktion dominiert das daraus resultierende Signalrauschen. Dies ist sowohl für das differentielle, wie auch für das Referenzsignal der Fall. In Gleichung (4.12) werden in diesem Fall also zwei durch Rauschen beherrschte Größen dividiert, was somit zu einem beliebig chaotischen Verhalten der dielektrischen Funktion für entsprechende Frequenzen führt. Dies wird ähnlich auch für kleine THz-Frequenzen beobachtet. Dort wird dieser Effekt allerdings nicht durch die Detektorantwortfunktion verursacht, sondern durch den THz-Emitter, der für Frequenzen kleiner etwa 0,25 THz nur ein schwaches bis verschwindendes THz-Signal erzeugt (vergleiche Abbildungen 4.2 und 4.7), sowie durch die Limitierung des gemessenen Zeitfensters.

Die bislang betrachtete Situation, welche zur Gleichung (4.12) für die dielektrische Funktion führt, geht allerdings von der Vernachlässigung der das Ladungsträgersystem umgebenden Probenstruktur aus, d.h., das zweidimensionale Ladungsträgersystem wird isoliert betrachtet. Diese Näherung ist oftmals nicht zulässig, da durch die umgebende Probenstruktur zusätzliche Effekte auftreten können. Oft bestehen die untersuchten Probenstrukturen aus mehreren Schichten mit stark unterschiedlichen Materialparametern wie Brechungsindex und Dicke. Dadurch werden Feldanteile des hindurchpropagierenden Lichtfeldes innerhalb der Struktur mehrfach zwischen Grenzflächen hin und her reflektiert. Sie wechselwirken daher auch mehrfach mit dem Ladungsträgersystem, bevor sie schließlich zeitversetzt zum ausschließlich transmittierten Feldanteil ebenfalls zum Detektor transmittiert werden. Sie erscheinen als zusätzliche THz-Impulse mit geringerer Amplitude, zeitlich verzögert zum Hauptsignal. Sind die für die Mehrfachreflexionen verantwortlichen Materialschichten dünn genug, so dass diese Mehrfachreflexionen in dem gemessenen Zeitfenster der THz-Spuren vorhanden sind und in ihrer Amplitude gegenüber dem Hauptsignal nicht vernachlässigt werden können, muss dies in der Auswertung explizit berücksichtigt werden. Dies lässt sich analytisch durch den Transfer-Matrix-Algorithmus realisieren. Durch verschiedene Matrizen werden Reflexion und Transmission an Grenzflächen, Propagation des Lichtfeldes innerhalb von Schichten und die optische Antwort des zweidimensionalen Ladungsträgersystems dargestellt. Entsprechend dem Aufbau der untersuchten Probenstruktur werden diese Matrizen aneinander multipliziert, um eine für die Gesamtstruktur charakteristische Matrix zu erhalten. Diese verknüpft nun die ein- und auslaufenden Lichtfelder auf beiden Seiten der Struktur miteinander, so dass sich eine charakteristische Transmission errechnen lässt.

Für den Fall des nicht angeregten Ladungsträgersystems erhält man auf diese Weise eine Transmissionsfunktion $\tau(\omega)$ mit $E_T = \tau E_0$. Bei angeregtem zweidimensionalen Ladungsträgersystem folgt analog eine Transmissionsfunktion $\tau_\xi(\omega)$ mit $E_{T,\xi} = \tau_\xi E_0$. Zwischen den beiden Transmissionsfunktionen besteht der Zusammenhang

$$\tau_\xi = \tau \frac{1}{1 - i\xi F_{TM}}, \quad (4.13)$$

wobei F_{TM} einen Korrekturfaktor bezeichnet, welcher mögliche Mehrfachreflexionen durch Schichtstrukturen innerhalb der Probe beinhaltet. Dieser Korrekturfaktor ist im Allgemeinen komplex und frequenzabhängig, d.h. $F_{TM} = F_{TM}(\omega)$. Unter Verwendung von (4.13) erhält man den zu Gleichung (4.10) analogen Zusammenhang

$$i\xi(\omega) = \frac{\Delta E_T(\omega)}{E_{T,\xi}(\omega) F_{TM}(\omega)} \approx \frac{\Delta E_{T(\omega)}}{E_T(\omega) F_{TM}(\omega)}. \quad (4.14)$$

Durch Anwendung des Transfer-Matrix-Algorithmus auf die untersuchten Proben ändert sich daher die dielektrische Funktion gemäß (4.12) zu

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{BG} - i \frac{2c\sqrt{\varepsilon_{BG}}}{\omega L F_{TM}} \cdot \frac{\Delta E_T(\omega)}{E_T(\omega)}. \quad (4.15)$$

Eine ausführliche Darstellung des Transfer-Matrix-Algorithmus inklusive der entsprechenden Rechnungen für die in dieser Arbeit betrachteten Strukturen finden sich im Anhang A.

5 THz-Antwort von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen

In einem grundlegenden Experiment wurde der ultraschnelle Aufbau der Antwort eines Elektron-Loch-Plasmas mittels Optischer-Anrege-THz-Abfrage-Spektroskopie gemessen [Hub01]. Das Elektron-Loch-Plasma ist durch optische Anregung in einer GaAs-Volumenprobe erzeugt worden. Somit konnte die Zeitentwicklung der transversalen inversen dielektrischen Funktion an einem dreidimensionalen Elektron-Loch-Plasma vermessen werden. Im Gegensatz dazu wird in den Experimenten dieser Arbeit das Verhalten von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen untersucht. Dies umfasst zunächst die Betrachtung eines Elektron-Loch-Plasmas und eines durch Exzitonen dominierten Systems in einer (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe, was in dem Abschnitt 5.1 beschrieben wird. In einem zweiten Teil wird in Abschnitt 5.2 die THz-Antwort eines reinen zweidimensionalen Elektronengases untersucht. Alle im Folgenden präsentierten experimentellen Ergebnisse werden von theoretischen Ergebnissen begleitet, welche auf der in Abschnitt 3.4 skizzierten mikroskopischen Theorie der THz-Antwort von Vielteilchensystemen [Kir01, Kir03, Kir04, Kir06, Koc03, Gol08, Gol09] basieren. Die entsprechenden Rechnungen wurden von Daniel Golde aus der Arbeitsgruppe von Prof. S. W. Koch der Theoretischen Halbleiterphysik durchgeführt.

Alle im Folgenden beschriebenen Experimente, werden unter normalem Einfall des THz-Feldes durchgeführt, d.h., der Wellenvektor \vec{k} des einfallenden THz-Lichtes steht senkrecht auf der Probenoberfläche und dem zweidimensionalen Ladungsträgersystem. Für die betrachteten Ladungsträgersysteme befindet man sich damit exakt im Grenzfall langer Wellenlängen, da in diesem Fall für die zum Ladungsträgersystem parallele Wellenvektorkomponente \vec{q}_{\parallel} gilt: $\vec{q}_{\parallel} = 0$.

5.1 (GaIn)As/GaAs-Quantenfilm

Exzitonen oder ein Elektron-Loch-Plasma werden in einem zweidimensionalen Ladungsträgersystem des Mehrfachquantenfilmes erst durch optische Anregung von Interbandübergängen durch einen Pikosekunden-Laserimpuls erzeugt. Im Folgenden wird die transversale THz-Antwort eines solchen Systems mittels Optischer-Anrege-THz-Abfrage-Spektroskopie unter unterschiedlichen Bedingungen untersucht. Die verwendete (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe wird in Abschnitt 5.1.1 beschrieben. Anschließend werden in Abschnitt 5.1.2 das Verhalten der transversalen THz-Antwort eines zweidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas und in Abschnitt 5.1.3 der Übergang eines durch Exzitonen dominierten Ladungsträgersystems hin zu einem Elektron-Loch-Plasma beschrieben.

5.1.1 Aufbau und Charakterisierung der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe

Die untersuchte Probe¹ ist ein (GaIn)As/GaAs-Mehrfachquantenfilm auf einem ursprünglich $500\,\mu\text{m}$ dicken GaAs-Substrat. Die Heterostruktur besteht aus 20 (GaIn)As-Quantenfilmen der Dicke 8 nm, welche von 92 nm dicken GaAs-Barrieren getrennt sind. Der Quantenfilmstapel wird von zwei 250 nm dicken $\text{Al}_{0,85}\text{Ga}_{0,15}\text{As}$ -Schichten eingerahmt. Die Probe wurde mittels eines UV-Klebstoffes mit der Quantenfilmseite auf ein etwa $500\,\mu\text{m}$ dickes (0001)-Saphirsubstrat geklebt. Sowohl das Saphir, als auch der Kleber sind im optisch sichtbaren und im THz-Bereich transparent. Das GaAs-Substrat wurde durch Polieren und nasschemisches Ätzen nahezu vollständig entfernt. Abbildung 5.1 zeigt den schematischen Aufbau der Probe.

Zur Charakterisierung der Quantenfilmprobe werden ihre linearen optischen Absorptionsspektren mit Hilfe des in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen modifizierten Versuchsaufbaus für verschiedene Probertemperaturen gemessen. Abbildung 5.2 zeigt die Absorptionsspektren für die zwei experimentell relevanten Temperaturen 5 K und 100 K. Bei beiden Temperaturen wird die Interbandabsorption durch die Exzitonen-Resonanzlinie des Übergangs von Schwerloch-Valenzbandzuständen in den 1s-Exzitonenzustand dominiert. Sie liegt für eine Temperatur von 5 K bei einer Wellenlänge von 855,8 nm, entsprechend einer Energie von etwa 1,450 eV, und für eine Temperatur von 100 K bei einer Wellenlänge von 863,9 nm, was einer Energie von etwa 1,437 eV entspricht. Die Resonanzlinie des Übergangs vom Schwerloch-Valenzband in den 2s-Exzitonenzustand ist direkt an der Bandkante

¹interne Bezeichnung: DBR43

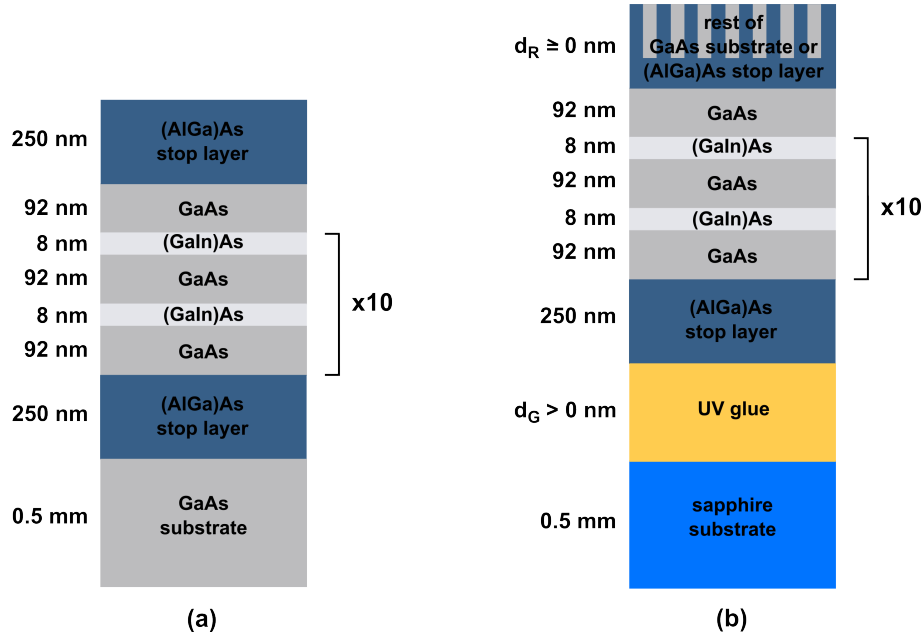


Abbildung 5.1: Schematische Abbildung des Aufbaus der Quantenfilmprobe: (a) Sie besteht aus 20 (GaIn)As-Quantenfilmen, getrennt durch GaAs-Barrieren. Die Quantenfilme werden durch zwei $\text{Al}_{0.85}\text{Ga}_{0.15}\text{As}$ -Schichten eingerahmt und befinden sich ursprünglich auf einem GaAs-Substrat. (b) Die Probe wurde mittels eines UV-Klebstoffes mit der Quantenfilmseite auf ein (0001)-Saphirsubstrat geklebt. Sowohl der Saphir, als auch der Kleber sind im optisch sichtbaren und im THz-Bereich transparent. Das GaAs-Substrat wurde durch Polieren und nasschemisches Ätzen nahezu vollständig entfernt, möglicherweise befindet sich aber noch eine extrem dünne Restschicht von GaAs-Substrat auf der Probe, deren Dicke d_R unbekannt ist. Ebenso ist die effektive Dicke d_G der Kleberschicht zunächst unbekannt und muss durch THz-Transmissionsmessungen ermittelt werden.

zur Kontinuumsabsorption noch schwach erkennbar. Die Übergänge aus dem Leichtloch-Valenzband sind aufgrund von Verspannungen in der Kristallstruktur der Probe zu höheren Energien, entsprechend kleineren Wellenlängen, verschoben. Sie spielen für die folgenden Experimente keine Rolle, da alle optischen Anregungen der Probe energetisch unterhalb der Leichtloch-Übergänge erfolgen.

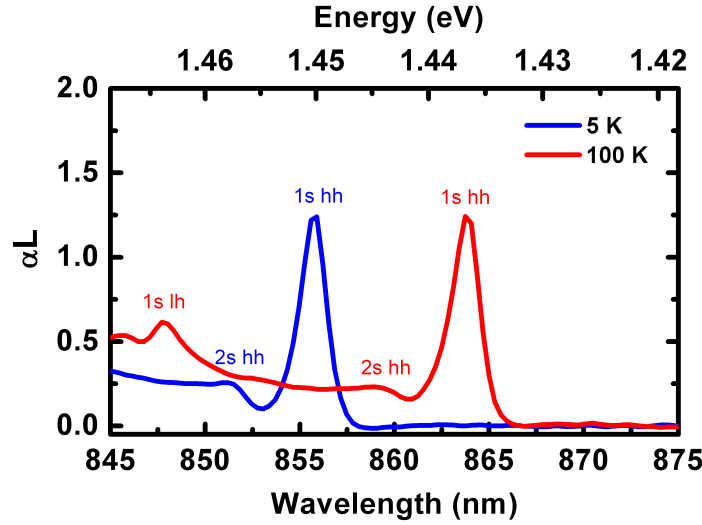


Abbildung 5.2: Gemessene lineare Absorptionsspektren der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilmprobe in Abhängigkeit von der Wellenlänge und Energie für verschiedene Temperaturen: 5 K (blaue Kurve) und 100 K (rote Kurve). Die Absorption wird durch den Übergang vom Schwerloch-Valenzband zum 1s-Exzitonenzustand dominiert, in der Abbildung als $1s\ hh$ gekennzeichnet. Die Übergänge zu den 2s-Exzitonenständen, $2s\ hh$, sind an der Bandkante schwach erkennbar. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Bandlückenenergie ist die rote Absorptionskurve gegenüber der blauen zu kleineren Energien hin rotverschoben.

5.1.2 THz-Antwort bei nichtresonanter Anregung und hohen Temperaturen

Um die THz-Antwort eines Elektron-Loch-Plasmas in einem Quantenfilm zu studieren, werden an diesem Optische-Anrege-THz-Abfrage-Messungen durchgeführt. Durch optisches Anregen von Interbandübergängen des Quantenfilms bei einer Wellenlänge von 852,3 nm, entsprechend einer Energie von etwa 1,456 eV wird ein Elektron-Loch-Plasma erzeugt, dessen Eigenschaften durch den nachfolgenden THz-Abfrageimpuls gemessen wird. Die Anrege-Abfrage-Verzögerungszeit liegt im Bereich von 20 ps - 60 ps. Die Probe wird bei einer Temperatur von 100 K gehalten, damit keine Exzitonenbeiträge die Antwort des Plasmas beeinträchtigen können, da bei diesen Temperaturen und Verzögerungszeiten keine Exzitonenpopulation vorhanden ist.

Die mit einem Rasierklingentest ermittelte Intensitätshalbwertsbreite des THz-Abfrage-Fokus beträgt etwa 0,5 mm. Um in diesem Experiment die höheren Ladungsträgerdichten zu erreichen, muss der Strahl des Anregelasers entsprechend klein fokussiert werden, so dass die Intensitätshalbwertsbreite des optischen Anregefokusses nicht mehr deutlich größer als die Intensitätshalbwertsbreite des THz-Abfrage-Fokusses ist. Dies führt allerdings dazu, dass der THz-Abfragestrahl keine homogene Ladungsträgerdichte in der Probe sieht. Als Resultat wird die THz-Absorption für kleine Frequenzen unterschätzt, da die Größe des THz-Fokus frequenzabhängig ist und kleine Frequenzen eine größere Fokushalbwertsbreite besitzen, als höhere Frequenzen. Damit würden kleinere THz-Frequenzen eine im Mittel kleinere Anregungsdichte sehen und auch weniger absorbiert werden. Um diesen Effekt zu umgehen, wurde die Probe mit einem 400 μm Pinhole abgedeckt, so dass für das transmittierte THz-Feld eine annähernd homogene Anregungsdichte durch die optische Anregung gegeben ist. Das Metall-Pinhole wurde dabei an das Saphirplättchen der Probe, auf dem Lichtweg hinter dem Quantenfilm angebracht, so dass keine Nahfeldeffekte des durch das Pinhole transmittierten THz-Feldes auf den Quantenfilm einwirken können. Der für die Messungen betrachtete Frequenzbereich wird daher nach unten bei 0,5 THz beschränkt.

Die Auswertung der dielektrischen Funktion aus den gemessenen spektralen THz-Feldern ΔE und E_0 erfolgt gemäß Gleichung (4.15):

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\text{BG}} - i \frac{2c\sqrt{\varepsilon_{\text{BG}}}}{\omega L_{\text{QW}} F_{\text{TM}}} \cdot \frac{\Delta E_{\text{T}}(\omega)}{E_{\text{T}}(\omega)}, \quad (5.1)$$

wobei L_{QW} nun die Gesamtdicke von allen Quantenfilmschichten darstellt, d.h., $L_{\text{QW}} = 160 \text{ nm}$. Bei der Berechnung des Transfer-Matrix-Korrekturfaktors F_{TM} lassen sich in der Regel Grenzübergänge zwischen den Legierungshalbleitern GaAs, (AlGa)As und (GaIn)As vernachlässigen, da der Brechungsindex der beiden tertiären Legierungen aufgrund der geringen Kompositionsanteile von Aluminium oder Indium im Wesentlichen dem Brechungsindex des GaAs entspricht. Es bestehen somit quasi keine Brechungsindexunterschiede und damit auch keine relevanten Reflexionen des hindurchpropagierenden Lichtfeldes. Im Falle der in dieser Arbeit untersuchten Quantenfilm-Probe werden Mehrfachreflexionen allerdings beispielsweise durch die dünnen Schichten des UV-Klebers und der auf den Saphir aufgebrachten, geätzten Probenstruktur erzeugt. Sowohl der Kleber als auch der Saphir besitzen gegenüber dem Halbleiter einen nicht vernachlässigbaren Brechungsindexunterschied. Die geringe Dicke der Strukturen gestattet auch keine zeitliche Separation der Messsignale. Die genaue Berechnung des Korrekturfaktors F_{TM} inklusive die Bestimmung der relevanten Materialparameter wird in Anhang A erläutert. Hier zeigt Abbildung 5.3 lediglich den Verlauf des Korrekturfaktors in Abhängigkeit von der THz-Frequenz für die Quantenfilmprobe.

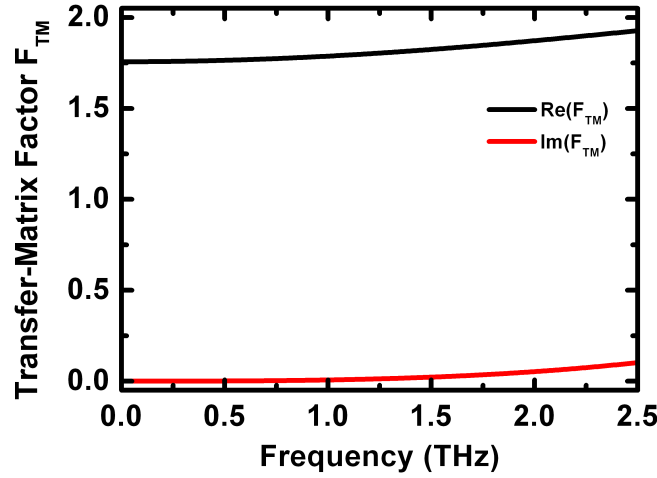


Abbildung 5.3: Transfer-Matrix-Korrekturfaktor F_{TM} der Quantenfilmprobe in Abhängigkeit von der THz-Frequenz. Die schwarze Kurve bezeichnet den Realteil von F_{TM} , die rote Kurve den Imaginärteil.

Das Verhalten der experimentell ermittelten dielektrischen Funktion des zweidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas in Abhängigkeit von der Elektron-Loch-Dichte ist in Abbildung 5.4 neben den berechneten Theorieergebnissen dargestellt. In der obersten Reihe werden die gemessenen Realteile der dielektrischen Funktion, in der unteren Reihe die entsprechenden Imaginärteile in Abhängigkeit von der THz-Frequenz gezeigt. Die für kleine THz-Frequenzen divergierenden Kurvenverläufe für Realteil und Imaginärteil der dielektrischen Funktion entsprechen zunächst qualitativ dem charakteristischen Verhalten eines Plasmas, wie es auch schon in Kapitel 3 beschrieben wurde. Die Nullstellen in den Realteilen deuten auf das Vorhandensein einer Plasmaschwingung hin. Ein Vergleich mit der mikroskopischen Theorie der THz-Antwort des zweidimensionalen Ladungsträgersystems im Quantenfilm [Kir06, Gol08, Gol09] zeigt eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Daten. Er erlaubt zusätzlich eine Zuordnung der Ladungsträgerdichten im Quantenfilm durch eine Linienform-Anpassung.

Betrachtet man den negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion $\text{Im}(-1/\varepsilon)$, wie auch in [Hub01, Hub04] geschehen, so erwartet man das Auftreten von Resonanzen in Analogie zum Plasmon-Pol im longitudinalen Falle, welcher in Abschnitt 3.2.2 erläutert wurde. Da sowohl Realteil als auch Imaginärteil der dielektrischen Funktion bekannt sind, lässt sich ihr Inverses für die gemessenen Daten berechnen. Man erhält dann Abbildung 5.5, welche sowohl die experimen-

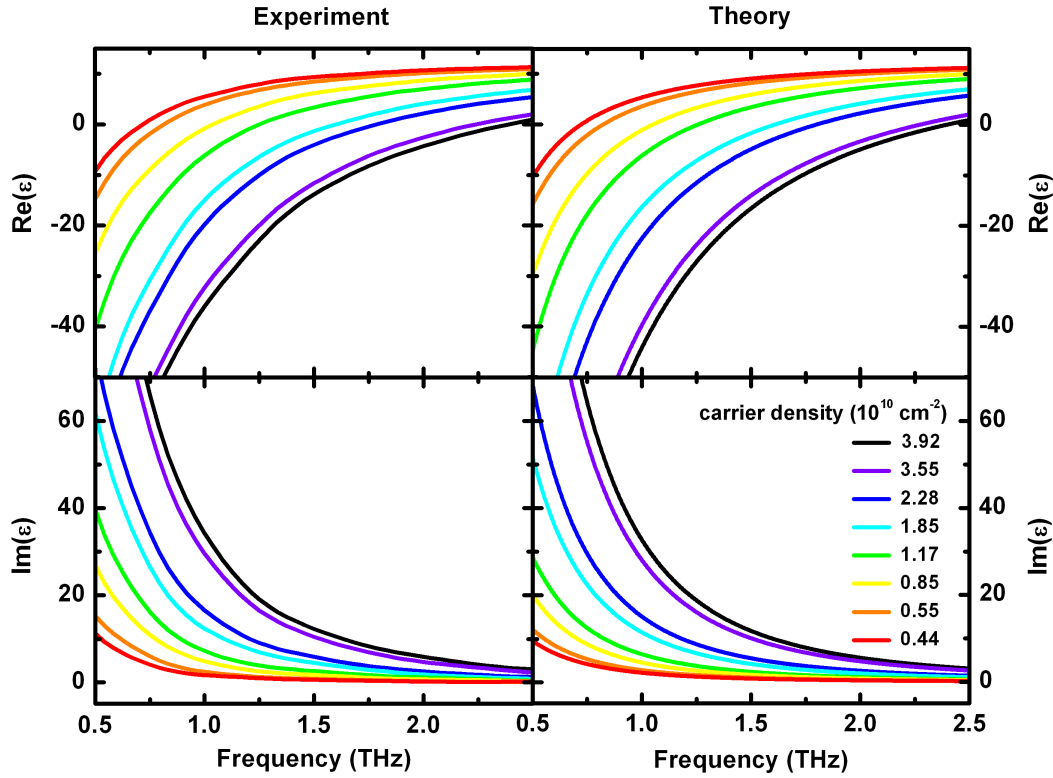


Abbildung 5.4: Dielektrische Funktion des Quantenfilms in Abhängigkeit von der THz-Frequenz für verschiedene Ladungsträgerdichten. In der linken Spalte sind Real- und Imaginärteil der experimentellen Ergebnisse dargestellt, die rechte Spalte zeigt die entsprechend theoretisch ermittelten dielektrischen Funktionen zu den angegebenen Ladungsträgerdichten. Die optische Anregung erfolgt im Kontinuum bei einer Wellenlänge von 852,3 nm, entsprechend einer Energie von etwa 1,456 eV. Die Proben temperatur liegt bei 100 K. Unter diesen Bedingungen existieren praktisch keine Exzitonen. Das Ladungsträgersystem verhält sich plasma-artig. Die den Ladungsträgerdichten entsprechenden experimentellen Anregeleistungen sind in absteigender Reihenfolge: 228 mW, 206 mW, 160 mW, 138 mW, 107 mW, 80 mW, 62 mW und 53 mW.

tellen als auch die theoretischen Plasmaresonanzen nebeneinander für verschiedene Ladungsträgerdichten zeigt. Es werden mit steigender Ladungsträgerdichte zu höheren THz-Frequenzen schiebende Plasmaresonanzen beobachtet. Entnimmt man den Plasmaresonanzen die zugehörigen Maximumsfrequenzen und trägt diese quadriert gegen die Ladungsträgerdichte auf, so erhält man Abbildung

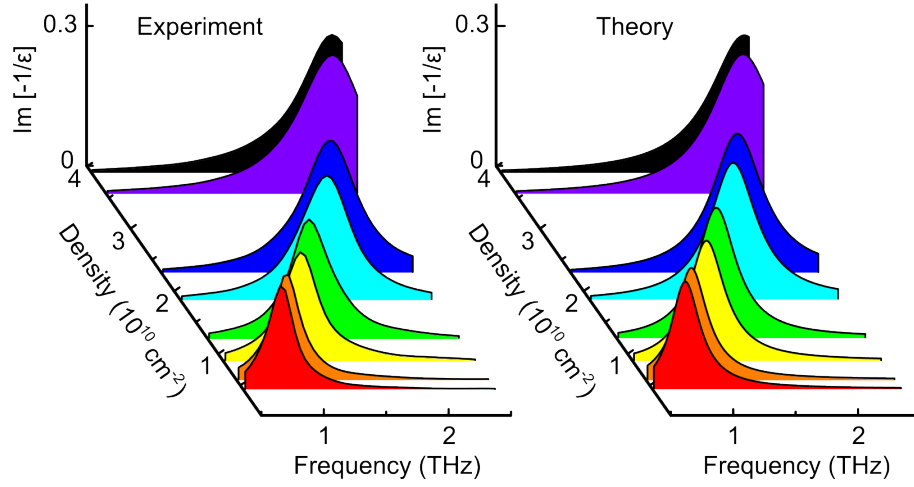


Abbildung 5.5: Negativer Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion des Quantenfilms für verschiedene Ladungsträgerdichten in Abhängigkeit von der THz-Frequenz. Das linke Diagramm zeigt die experimentellen Messungen, das rechte Diagramm die theoretischen Ergebnisse. Man beobachtet ein für steigende Ladungsträgerdichten zu höheren Frequenzen schiebendes Maximum, welches als Plasmaresonanz bezeichnet wird.

5.6. Ein linearer Zusammenhang zwischen den quadrierten Maximumsfrequenzen und der Ladungsträgerdichte wird deutlich. Dieses Verhalten entspricht dem Verhalten der dreidimensionalen Plasmafrequenz, deren Quadrat gemäß des Drude-Oszillatormodells im Grenzfall langer Wellenlängen ebenfalls linear von der Ladungsträgerdichte abhängt.

Die Maxima der Plasmaresonanzen können daher mit der dreidimensionalen Plasmafrequenz nach Gleichung (3.37) identifiziert werden. War bislang also die Plasmafrequenz mit der entsprechenden Nullstelle in der dielektrischen Funktion ein Charakteristikum eines Plasmas, so gilt dies scheinbar auch für die Plasmaresonanz im Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion. Für dreidimensionale Ladungsträgersysteme wurde dies bereits durch die Experimente in [Hub01, Hub04] gezeigt. Die hier präsentierten Ergebnisse offenbaren allerdings, dass sich jedoch die THz-Antwort eines zweidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas für zum Ladungsträgersystem orthogonale THz-Propagation ebenfalls wie die THz-Antwort eines dreidimensionalen Plasmas verhält. Das Verhalten der transversalen Antwort des Elektron-Loch-Plasmas scheint damit unabhängig von der Dimension des Ladungsträgersystems zu sein. Für analoge Experimente an Quantendrähten, welche eindimensionale Systeme darstellen, wäre demnach für orthogonale THz-

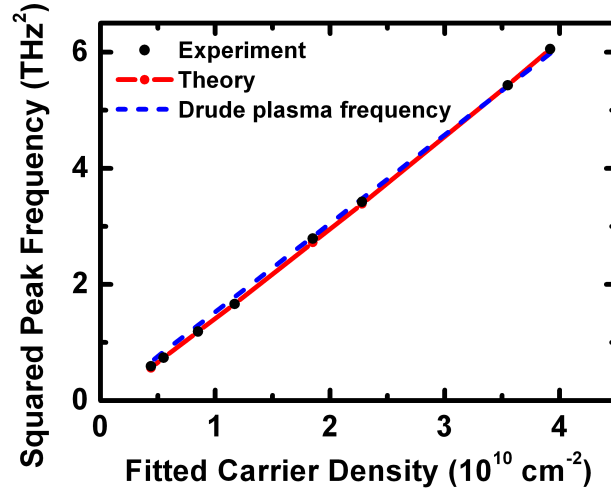


Abbildung 5.6: Quadrierte Plasmaresonanz-Maximumsfrequenz des Quantenfilms in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment (schwarz) und Theorie (rot). Man findet einen linearen Zusammenhang zwischen quadrierter Plasmaresonanz-Maximumsfrequenz und der Ladungsträgerdichte. Dieses Verhalten korrespondiert mit der dreidimensionalen Plasmafrequenz (blau gestrichelt), deren Quadrat gemäß des Drude-Oszillatormodells im Grenzfall langer Wellenlängen ebenfalls linear von der Ladungsträgerdichte abhängt. Die THz-Antwort eines zweidimensionalen Plasmas liefert also bei Betrachtung der negativen inversen dielektrischen Funktion die dreidimensionale Plasmafrequenz.

Einstrahlung ein qualitativ gleiches Verhalten der transversalen dielektrischen Funktion zu erwarten.

Die Lindhardgleichung (3.53) in Kapitel 3.2.2 beschreibt hingegen ein dimensionsabhängiges Verhalten der Plasmafrequenz und damit auch der longitudinalen dielektrischen Funktion. Für ein zweidimensionales Plasma im Grenzfall langer Wellenlängen $\vec{q} = 0$ wird eine verschwindende Plasmafrequenz $\tilde{\omega}_{\text{PL},2\text{D}} = 0$ prognostiziert. Das vom Wellenvektor abhängige Verhalten der zweidimensionalen Plasmafrequenz $\tilde{\omega}_{\text{PL},2\text{D}}^2 \propto |\vec{q}|$ wurde in der Vergangenheit auch mehrfach an verschiedenen zweidimensionalen Systemen experimentell verifiziert [Gri76, The78, SJA77]. Die entsprechende dielektrische Funktion sollte daher im langwelligen Grenzfall flach sein, d.h., $\tilde{\epsilon}(\omega) = \epsilon_{\text{BG}}$. Im Unterschied zur hier verwendeten

transversalen dielektrischen Funktion, welche über die Suszeptibilität die direkte transversale Antwort des untersuchten Systems beschreibt, definiert die Lindhardgleichung hingegen eine Antwortfunktion des Systems über das Verhältnis von effektivem Potential zu externem Potential. In dieser Definition ist allerdings das selbstkonsistent induzierte dreidimensionale Potential des Ladungsträgersystems enthalten. Gemäß den Beschreibungen in Abschnitt 3.2.3 unterscheidet sich dieses selbstkonsistent induzierte Potential für eine zweidimensionale Anordnung der Ladungsträger vom dreidimensionalen Fall. Darauf begründet sich letztlich die veränderte longitudinale Antwortfunktion $\tilde{\epsilon}$ für zweidimensionale Ladungsträgersysteme. Die direkte Antwort eines Ladungsträgerplasmas ist hingegen unabhängig von der Dimension des zugrundeliegenden Systems, was bereits 1967 durch F. Stern festgehalten wurde [Ste67]. Zusätzlich muss bedacht werden, dass man, wie in Abschnitt 3.1.1 dargestellt, sorgfältig zwischen longitudinaler und transversaler Antwort zu unterscheiden hat. Mittels transversaler THz-Felder lässt sich ausschließlich die transversale dielektrische Funktion messen. Es besteht damit auch kein direkter Zugang zu der longitudinalen Antwort, welche beispielsweise durch die Lindhardformel beschrieben wird. Die bisher in diesem Abschnitt präsentierten Messungen stehen daher nicht in Konflikt mit älteren Erkenntnissen über das Verhalten der longitudinalen dielektrischen Funktion für zweidimensionale Ladungsträgersysteme.

Aufgrund dieser strikten Unterscheidung zwischen longitudinaler und transversaler Antwort stellt die hier im negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion beobachtete Plasmaresonanz streng genommen keinen Plasmon-Pol dar. Ein Plasmon-Pol ist lediglich charakteristisch für eine longitudinale Antwort, da das Plasmon per Definition eine longitudinale Dichteschwingung darstellt. In den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten wird allerdings ausschließlich die transversale Antwort des Systems gemessen. Da sich die dichteabhängige spektrale Position der transversal gemessenen Plasmaresonanz analog zur dreidimensionalen Plasmafrequenz nach Gleichung (3.37) verhält, kann die Plasmaresonanz für ein dreidimensionales System wegen des identischen Verhaltens leicht mit einem Plasmon-Pol verwechselt werden. Plasmaresonanz und Plasmon-Pol können dann höchstens als formal äquivalent bezeichnet werden. Für zweidimensionale Systeme wird hingegen ein Unterschied deutlich, da sich die transversal gemessene Plasmaresonanz weiterhin entsprechend der dreidimensionalen Plasmafrequenz verhält, während die zweidimensionale Plasmafrequenz des Plasmons die vom Wellenvektor abhängige Form gemäß Gleichung (3.61) annimmt. Die spektrale Lage der Plasmaresonanz entspricht somit für Systeme niedriger Dimensionalität nicht der Schwingungsfrequenz des Plasmons im Sinne einer freien Plasmadichteschwingung. Dies ist lediglich in dreidimensionalen Systemen der Fall.

5.1.3 THz-Antwort bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons und tiefen Temperaturen

Bei tiefen Temperaturen und geringerer optischer Anregung lässt sich in der Quantenfilmprobe ein durch Exzitonen dominiertes zweidimensionales Ladungsträgersystem erzeugen. Für ansteigende Ladungsträgerdichten sollte dieses schließlich durch Exzitonenionisation in den Zustand eines Elektron-Loch-Plasmas übergehen, wie bereits in Abschnitt 3.3.2 diskutiert wurde. Im Folgenden wird dieser Prozess unter Betrachtung des negativen Imaginärteils der inversen dielektrischen Funktion untersucht, um den Aufbau einer Plasmaresonanz zu beobachten.

Im Experiment wird der (GaIn)As/GaAs-Quantenfilm resonant zur 1s-Exzitonenlinie angeregt. Die Probertemperatur beträgt dabei etwa 5 K. Unter diesen Bedingungen bildet sich für nicht zu starke Anregungsleistungen eine Exzitonenpopulation, welche nur langsam über Zeiten von mehreren 100 ps bis einigen ns zerfällt [Kai03, Ste08]. Gleichzeitig liegt noch kein signifikantes Elektron-Loch-Plasma vor. Die THz-Antwort wird vollständig durch den exzitonenischen Beitrag dominiert [Hub05]. Die Messungen der THz-Antwort werden erneut bei Anrege-Abfrage-Verzögerungszeiten im Bereich von 20 ps - 60 ps durchgeführt. Die transversale dielektrische Funktion wird aus den gemessenen THz-Feldern wiederum mittels Gleichung (5.1) ermittelt. Die Probenparameter inklusive des Transfer-Matrix-Korrekturfaktors sind identisch zum vorherigen Abschnitt 5.1.2.

Die experimentell ermittelten dielektrischen Funktionen in Abhängigkeit von der Elektron-Loch-Paardichte ist in Abbildung 5.7 neben den berechneten Theorieergebnissen dargestellt. In der ersten Reihe werden die gemessenen Realteile der dielektrischen Funktion in Abhängigkeit von der THz-Frequenz gezeigt, in der unteren Reihe die zugehörigen Imaginärteile. Man erkennt für kleine Anregungsleistungen die typischen Absorptionsverläufe für intraexzitonenische THz-Absorption [Hub05, Kir06, Ste08] in dem Imaginärteil der dielektrischen Funktion. Das Maximum des Imaginärteils entspricht dem intraexzitonenischen 1s-2p-Übergang. Die Übergänge vom 1s-Zustand zu energetisch höheren Zuständen verursachen eine langsam abfallende Schulter auf der hochenergetischen Seite der 1s-2p-Linie, welche in der hier gewählten Auftragung allerdings nur schwer sichtbar ist. Mit zunehmender Ladungsträgerdichte verbreitert sich das exzitonenische Maximum und beginnt zu niedrigeren Frequenzen zu schieben. Bei hinreichend großen Dichten verschwindet das exzitonenische Maximum und der Verlauf des Imaginärteils geht schließlich in einen monotonen, gegen kleine Frequenzen divergierenden Verlauf über, wie er auch für ein Plasma beobachtet wird.

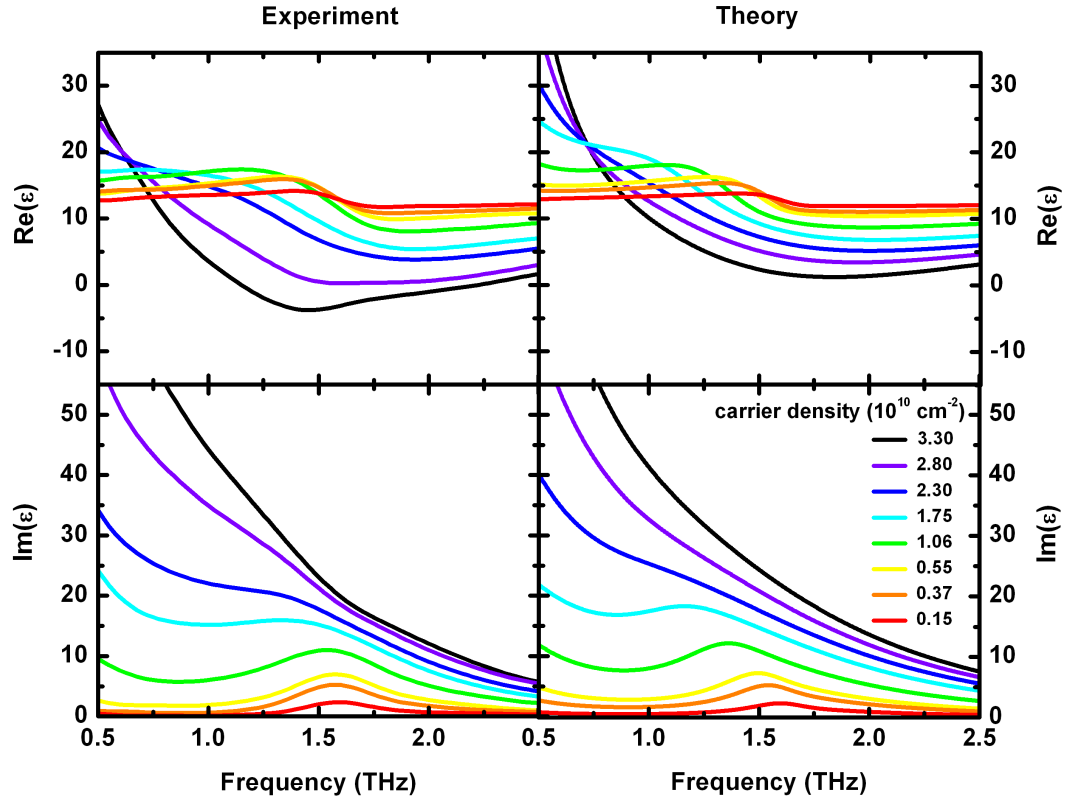


Abbildung 5.7: Dielektrische Funktion des Quantenfilms in Abhängigkeit von der THz-Frequenz für verschiedene Ladungsträgerdichten. In der linken Spalte sind Real- und Imaginärteil der experimentellen Ergebnisse dargestellt, die rechte Spalte zeigt die entsprechend theoretisch ermittelten dielektrischen Funktionen zu den angegebenen Ladungsträgerdichten. Die optische Anregung erfolgt resonant zur Linie des 1s-Exzitons. Die Proben temperatur liegt bei 5 K. Das Ladungsträgersystem verhält sich für kleine Anregungsdichten exzitonisch. Mit steigender Anregungsdichte geht der Imaginärteil in ein monotonen plasma-artiges Verhalten über, während der Realteil eher einem Übergangszustand zwischen exzitonischem und plasma-artigen Verhalten entspricht. Offensichtlich ist die höchste erreichbare Ladungsträgerdichte zu gering, als das alle Exzitonen ionisiert werden können. Die den Ladungsträgerdichten entsprechenden experimentellen Anregeleistungen sind in absteigender Reihenfolge: 190 mW, 150 mW, 120 mW, 90 mW, 55 mW, 35 mW, 20 mW und 10 mW.

Der Realteil der dielektrischen Funktion verhält sich für kleine Anregungsdichten exzitonisch und verbleibt mit typischem punktsymmetrisch dispersivem Verlauf im positiven Halbraum. Der Übergang von Maximum zu Minimum erfolgt ebenfalls bei der Frequenz der intraexzitonischen 1s-2p-Resonanz. Bei steigender Anregungsdichte schiebt auch dieser Übergang zwischen Maximum und Minimum zu kleineren Frequenzen. Gleichzeitig wird der dispersive Verlauf ausgeprägter, d.h., das Maximum unterhalb der Resonanzfrequenz steigt an, während das Minimum oberhalb der Resonanzfrequenz abzusinken beginnt. Schließlich verschwindet das Maximum und der Realteil divergiert für kleine Frequenzen in den positiven Halbraum. Es verbleibt das Minimum, welches im Falle der experimentellen Ergebnisse sogar negative Werte annimmt. Es bilden sich also Nullstellen im Verlauf des Realteils der dielektrischen Funktion.

Insgesamt ändert sich das Verhalten der dielektrischen Funktion für steigende Ladungsträgerdichten also von einem exzitonischen Verlauf hin zu einem plasma-artigen Verhalten, welches bereits im vorherigen Abschnitt 5.1.2 gezeigt wurde. Dies wird insbesondere im letztendlich monoton divergierenden Verlauf des Imaginärteils deutlich und ist beim Realteil eher nur durch das absinkende Verhalten der Kurvenverläufe zu sehen. Offensichtlich sind die im Experiment erzielbaren Ladungsträgerdichten immer noch zu gering, damit alle exzitonischen Einflüsse verschwinden. Für die höchste Ladungsträgerdichte ist daher von einem Mischzustand mit gleichzeitigem Vorliegen von restlichen Exzitonen und einem Elektron-Loch-Plasma auszugehen.

Neben der Bestimmung der Ladungsträgerdichte erlaubt die Anpassung der theoretischen Ergebnisse an die experimentellen Daten eine Bestimmung des Anteils von 1s-Exzitonen an der Gesamtdichte. Abbildung 5.8 zeigt den Verlauf des Exzitonenanteils in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte. Der Exzitonenanteil beträgt demnach für kleine Dichten etwa 96 % und fällt schließlich auf bis zu 15 % für die höchste Dichte ab. Dies bestätigt die exzitonische Dominanz für schwache Anregungen und das Vorhandensein eines Mischzustandes für hohe Anregungsdichten. Die Anregungsdichten im Experiment reichen offensichtlich nicht dazu aus, um alle Exzitonen zu ionisieren. Es verbleibt ein nicht zu vernachlässigender Anteil von Exzitonen.

Nach der Diskussion des Verhaltens der dielektrischen Funktion selbst zeigt nun im Folgenden Abbildung 5.9 den negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion in Abhängigkeit von der THz-Frequenz und Ladungsträgerdichte. Bereits für kleine Ladungsträgerdichten ist eine Resonanz erkennbar, obwohl in diesem Dichteregime nahezu ausschließlich Exzitonen vorhanden sind. Im Gegensatz zur Plasmaresonanz des Elektron-Loch-Plasmas in Abbildung 5.4 liegt die spektrale Position der hier beobachteten Resonanz für verschwindende Ladungsträgerdichte

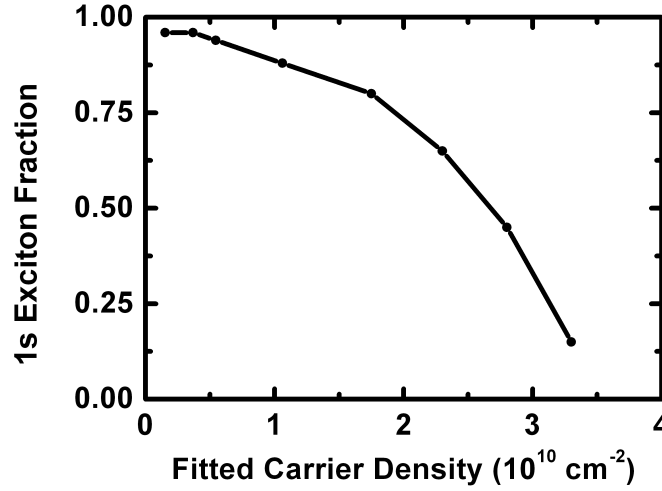


Abbildung 5.8: Exzitonenanteil im Quantenfilm in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons. Die Probe besitzt eine Temperatur von etwa 5 K. Der Exzitonenanteil beträgt für kleine Ladungsträgerdichten etwa 96 % und fällt schließlich auf bis zu 15 % für die höchste Dichte ab. Es verbleibt daher auch für die höchste im Experiment erzielbare Dichte ein nicht zu vernachlässigbarer Anteil von Exzitonen im System.

nicht bei kleinen Frequenzen, sondern von Beginn an bei der Frequenz entsprechend dem intraexzitonischen 1s-2p-Übergang. Darüber hinaus entspricht die Form weniger einer Plasmaresonanz, sondern eher dem exzitonischen Profil des Imaginärteils der dielektrischen Funktion. Mit steigender Anregung beginnt die Resonanz zu höheren Frequenzen zu schieben und wächst schnell an. Für hohe Ladungsträgerdichten gleicht sie der in Abbildung 5.4 beobachteten Plasmaresonanz.

Das in Abbildung 5.9 beobachtete Verhalten für kleine Ladungsträgerdichten ist signifikant unterschiedlich zu den bisherigen Beobachtungen in Abschnitt 5.1.2. Offensichtlich zeigen auch die für kleine Dichten dominierenden Exzitonen eine Resonanz in dem negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion. Der Grund dafür wird durch näheres Betrachten des Ausdruckes $\text{Im}(-1/\varepsilon)$ ersichtlich. Es gilt:

$$\text{Im}\left(-\frac{1}{\varepsilon}\right) = \text{Im}\left(-\frac{\varepsilon^*}{|\varepsilon|^2}\right) = \frac{1}{|\varepsilon|^2} \text{Im}(\varepsilon), \quad (5.2)$$

wobei hier ε^* die komplex konjugierte Größe zur dielektrischen Funktion ε bezeichnet. Während im Falle eines Plasmas die Plasmaresonanz in der inversen

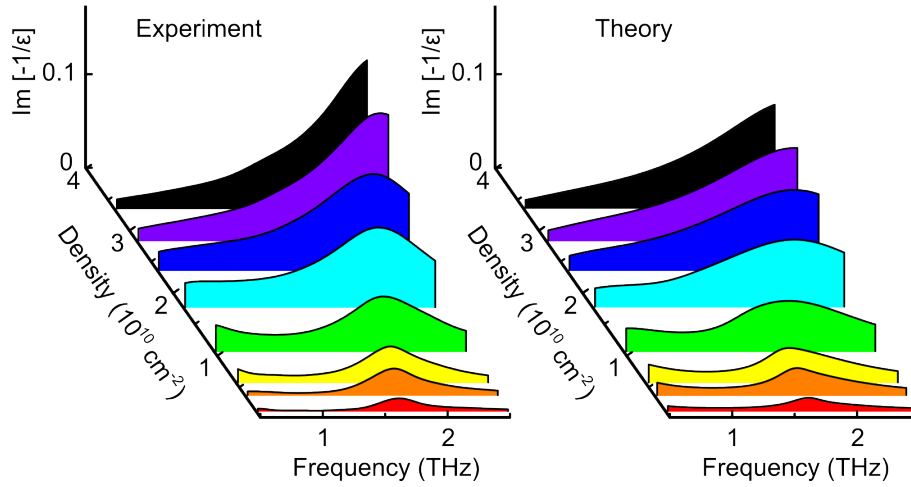


Abbildung 5.9: Negativer Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion des Quantenfilms für verschiedene Ladungsträgerdichten in Abhängigkeit der THz-Frequenz bei resonanter Anregung des 1s-Exzitons. Das linke Diagramm zeigt die experimentellen Messungen, das rechte Diagramm die theoretischen Ergebnisse. Bereits für kleine Ladungsträgerdichten beobachtet man eine Resonanz bei der intraexzitonischen 1s-2p-Übergangsfrequenz. Diese entspricht im Profil eher dem exzitonischen Verlauf des Imaginärteils der dielektrischen Funktion. Für steigende Ladungsträgerdichten schiebt die Resonanz erneut zu höheren Frequenzen und verhält sich schließlich ähnlich der Plasmaresonanz in Abbildung 5.4.

dielektrischen Funktion durch Minimierung von $|\varepsilon|^2$ aufgrund der Nullstelle im Realteil der dielektrischen Funktion entsteht, erzeugt im Falle vorherrschender Exzitonen hauptsächlich der Imaginärteil $\text{Im}(\varepsilon)$ und damit die dazu proportionale THz-Absorption die sichtbare Resonanz. Dies erklärt auch die Lage im Frequenzraum bei der intraexzitonischen 1s-2p-Übergangsfrequenz. Das Betragsquadrat der dielektrischen Funktion $|\varepsilon|^2$ ist für kleine Anregungsdichten und dominierenden Exzitonen überwiegend flach im Vergleich zu den plasmabeherrschten hohen Dichten. Offensichtlich überträgt sich daher der Verlauf der exzitonischen Absorption bis in den negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion und stellt somit dort keine Plasmaresonanz dar.

Betrachtet man analog zu Abbildung 5.6 im vorherigen Abschnitt das Verhalten der quadrierten Maximumfrequenz der Resonanzen in Abhängigkeit von der Elektron-Loch-Paardichte, so erhält man Abbildung 5.10. Bei den theoretischen

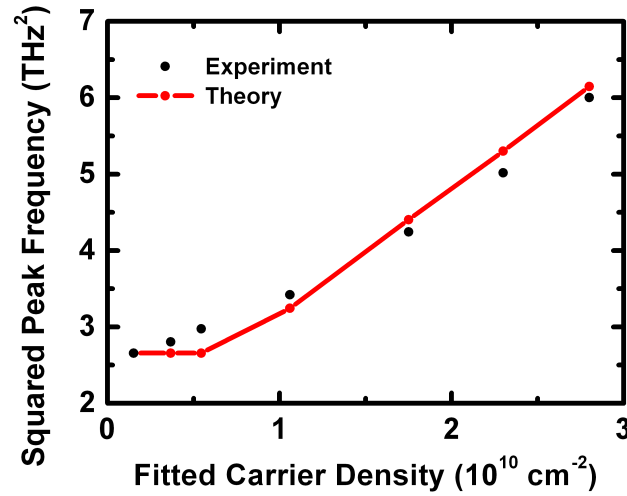


Abbildung 5.10: Quadrierte Resonanz-Maximumsfrequenz des Quantenfilms in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte. Die Theorie (rot) zeigt für die niedrigen Dichten eine gleichbleibende quadrierte Maximumsfrequenz der Resonanz, welche bei höheren Dichten schließlich in ein lineares, plasma-artiges Verhalten übergeht. Die experimentellen Werte (schwarz) der quadrierten Resonanzfrequenz beginnen bereits bei kleinen Dichten zu höheren Frequenzen zu schieben. Für hohe Dichten zeigen sie ebenfalls ein annähernd lineares Verhalten zwischen quadrierter Resonanzfrequenz und Ladungsträgerdichte. Die Resonanz beginnt sich wie eine Plasmaresonanz zu verhalten.

Werten beobachtet man für die niedrigen Ladungsträgerdichten zunächst eine gleichbleibende quadrierte Maximumsfrequenz der Resonanz, die für höhere Dichten schließlich in ein lineares Verhalten übergeht, analog zum Verhalten der Plasmaresonanz in Abbildung 5.6. Im Experiment beginnt die Maximumsfrequenz der Resonanz bereits bei kleinen Dichten zu höheren Frequenzen zu schieben. Für hohe Anregungsdichten zeigt sie auch ein annähernd lineares Verhalten zwischen der quadrierten Resonanzfrequenz und der Elektron-Loch-Paardichte. Offensichtlich verhält sich die Resonanz dann wie eine Plasmaresonanz.

Es lässt sich somit feststellen, dass die Beobachtung von Resonanzen im negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion prinzipiell nicht hinreichend für das Vorhandensein eines Plasmas in dem Ladungsträgersystem ist. Zur weiteren Einschätzung der Situation sollte daher beispielsweise der Realteil der

dielektrischen Funktion hinzugenommen und auf divergierendes Verhalten und eventuell vorhandene Nullstellen geprüft werden. Ist dieses der Fall, so kann man von einem plasma-artigen Verhalten ausgehen und die beobachtete Resonanz im negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion als Plasmaresonanz bezeichnen.

Trotz alledem scheint die Betrachtung des Imaginärteils der inversen dielektrischen Funktion charakteristische Merkmale des untersuchten Ladungsträgersystems zu offenbaren. In den Extremfällen ist dies bei einem exzitonisch beherrschten System beispielsweise die intraexzitonische 1s-2p-Übergangsfrequenz, welche auch in der THz-Absorption oder dem Imaginärteil der dielektrischen Funktion sichtbar ist. Im Falle eines plasma-beherrschten Systems ist dies die entsprechende dreidimensionale Plasmafrequenz, welche hingegen durch Betrachtung der THz-Absorption oder des Imaginärteils der dielektrischen Funktion nicht ermittelt werden kann, da man dort nur einen monoton fallenden Kurvenverlauf beobachtet. Sogar Verstärkung sollte man prinzipiell in $\text{Im}(-1/\varepsilon)$ als negatives Minimum erkennen können, aufgrund der Proportionalität $\text{Im}(-1/\varepsilon) \propto \text{Im}(\varepsilon)$. Dementsprechend sollten sich auch Aussagen über die Richtung des Energieflusses, in das Ladungsträgersystem hinein oder heraus, treffen lassen, je nachdem, ob die beobachtete Resonanz positiv oder negativ ist.

Dem hier untersuchten Ladungsträgersystem lässt sich allerdings unter Berücksichtigung der Beobachtungen in den Abbildungen 5.9 und 5.10 ein plasma-artiges Verhalten für Ladungsträgerdichten attestieren, bei denen gemäß Abbildung 5.8 noch ein signifikanter Anteil von Exzitonen in dem System vorhanden ist. Dies deckt sich mit zusätzlich vorgenommenen optischen Anrege-Abfrage-Experimenten, welche unter gleichen Bedingungen wie die THz-Experimente gemacht wurden, um das Verhalten der optischen Interbandabsorption zu untersuchen und einen Überblick über die Ausbleichung der Exzitonenlinie zu erhalten. Neben Messung des einfachen optischen Absorptionsspektrums ohne Anregung der Probe werden unter resonanter Anregung der 1s-Exzitonenlinie differentielle optische Spektren für die dem THz-Experiment korrespondierenden Anregungsleistungen gemessen. Der Versuchsaufbau wird dafür entsprechend der Beschreibung in Abschnitt 4.2.2 modifiziert. Das Ergebnis wird in Abbildung 5.11 dargestellt.

Es zeigt sich ein Ausbleichen der 1s-hh-Exzitonenlinie für zunehmende Ladungsträgerdichte. Allerdings bleibt die Linie auch bei der höchsten im Experiment erzielbaren Dichte noch deutlich sichtbar. Somit ist der Mott-Übergang noch nicht erreicht. Trotzdem legen die Ergebnisse der THz-Messungen nahe, dass sich das System bereits plasma-artig verhält. Offensichtlich findet der Übergang von exzitonischem zu plasma-artigem Verhalten bereits für kleinere Ladungsträgerdichten statt, als die Betrachtung der optischen Absorption nahelegt.

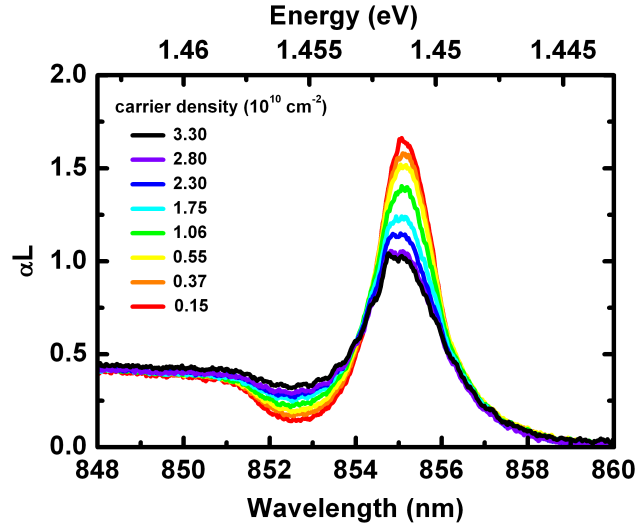


Abbildung 5.11: Ausbleichen der 1s-hh-Exzitonlinie der optischen Interbandabsorption in Abhängigkeit von der Anregungsdichte bei 1s-resonanter Anregung. Selbst für die höchsten im Experiment erreichbaren Ladungsträgerdichten ist die Exzitonlinie noch klar zu erkennen. Der Mott-Übergang ist daher noch nicht erreicht.

5.2 Zweidimensionales Elektronengas

Bislang wurden Experimente an einem zweidimensionalen Ladungsträgersystem eines (GaIn)As/GaAs-Quantenfilms beschrieben, welches sowohl Elektronen als auch Löcher beinhaltet. Um die bisherigen Ergebnisse auf eine breitere Basis zu stellen, werden im Folgenden auch entsprechende Untersuchungen eines zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) präsentiert. Im Unterschied zum Quantenfilm ist das 2DEG in einer Heterostruktur eingebettet, die ausschließlich ein auf Elektronen basiertes zweidimensionales Ladungsträgersystem bietet. Es sind dort keine Löcher vorhanden, es kann also nur ein Elektronenplasma in der Probe vorhanden sein.

In Abschnitt 5.2.1 wird zuerst der strukturelle Aufbau und die notwendige Charakterisierung der Probe diskutiert. Darauf folgend werden in Abschnitt 5.2.2 die Ergebnisse der Untersuchung des 2DEG im Hinblick auf die in Abschnitt 5.1.2 bereits erläuterten Plasmaresonanzen präsentiert.

5.2.1 Aufbau und Charakterisierung der 2DEG-Probe

Die Probe, welche das 2DEG beherbergt, basiert auf der Struktur eines Feldefekttransistors mit hoher Elektronenbeweglichkeit (HEMT). Sie entstammt einer Probenserie, welche auch in [KO02, KO04a, KO04b] verwendet wurde. Das in dieser Arbeit untersuchte Probenexemplar trägt die Bezeichnung *Mod10*. Abbildung 5.12 verdeutlicht ihren Aufbau schematisch. Die Probe wurde mittels Molekularstrahlepitaxie auf ein $500\text{ }\mu\text{m}$ dickes GaAs-Substrat gewachsen. Darüber befindet sich eine $1\text{ }\mu\text{m}$ dicke GaAs-Pufferschicht. Darauf liegt eine 110 nm dicke $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Schicht, in die eine dünne δ -Dotier-Lage aus Silizium im Abstand

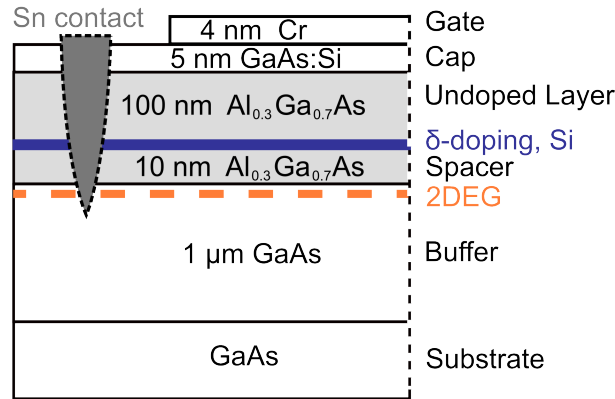


Abbildung 5.12: Schematischer Aufbau der 2DEG-Probe. Die δ -Dotierung (blau) besitzt eine Ladungsträgerdichte von etwa $4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Sie stellt die Elektronen für das zweidimensionale Elektronengas (orange) zur Verfügung, welches sich knapp unterhalb des Übergangs zwischen der (AlGa)As-Schicht und der GaAs-Pufferschicht bildet. Die 10 nm dicke (AlGa)As-Trennschicht zwischen δ -Dotierung und 2DEG dient zur Maximierung der freien Ladungsträgerkonzentration und Elektronenbeweglichkeit im 2DEG. Die GaAs:Si-Deckschicht schützt das darunterliegende (AlGa)As vor Oxidation. Der runde Chrom-Kontakt an der Probenoberfläche (Gate) besitzt einen Durchmesser von etwa 3 mm . In der Umgebung des Chrom-Kontaktes sind vier Zinn-Kontakte in die Probe eindiffundiert, welche das 2DEG kontaktieren. In dieser Darstellung wird jedoch nur ein Zinn-Kontakt gezeigt (dunkelgrauer Keil). Die untersuchte Probe entstammt einer Probenserie, welche auch in [KO02, KO04a, KO04b] verwendet wurde.

von 10 nm zu einer GaAs-Pufferschicht eingebettet ist. Die δ -Dotierung liefert die Elektronen für das 2DEG, welches sich knapp unterhalb des Übergangs zwischen der (AlGa)As-Schicht und der GaAs-Pufferschicht bildet, gemäß den Überlegungen aus Abschnitt 2.3. Die Ladungsträgerflächendichte der δ -Dotierung beträgt etwa $4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Die 10 nm dicke (AlGa)As-Trennschicht zwischen δ -Dotierung und 2DEG maximiert die freie Ladungsträgerkonzentration und Elektronenbeweglichkeit im 2DEG [Har87]. Die Struktur wird von einer 5 nm dicken GaAs:Si-Schicht abgedeckt, um das darunter liegende (AlGa)As vor Oxidation zu schützen. An der Oberfläche ist ein 4 nm dicker, runder Chrom-Kontakt aufgebracht. Der Chrom-Kontakt besitzt einen Durchmesser von etwa 3 μm . In der Umgebung des Chrom-Kontaktes sind vier Zinn-Kontakte in der Probe vorhanden, welche das 2DEG kontaktieren. Sie wurden bei einer Temperatur von 380°C über einen Zeitraum von 10 Minuten in die Probe eindiffundiert. Die Kontaktgeometrie ist in Abbildung 5.13 zu sehen.

Das Anlegen einer Spannung zwischen dem Chrom-Kontakt und den vier kurzgeschlossenen Zinnkontakten erlaubt die Manipulation der Ladungsträgerdichte im 2DEG. Bei entsprechend gewählter Spannung kann die Bandkrümmung am Übergang zwischen GaAs-Schicht und (AlGa)As-Schicht verändert werden, so dass die vorher im Potentialverlauf des Leitungsbandes gefangenen Elektronen teilweise oder vollständig abfließen können. Abbildung 5.14 erläutert diesen Prozess schematisch vereinfacht.

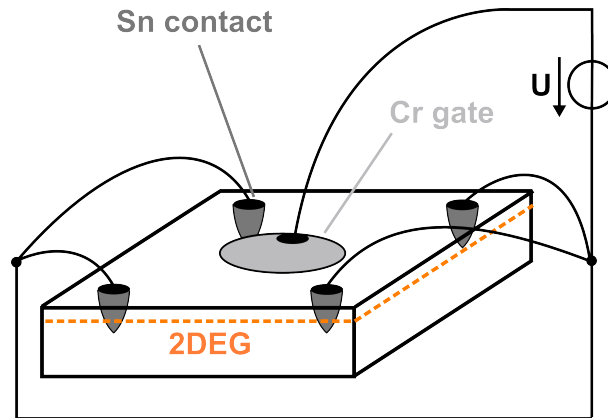


Abbildung 5.13: Schematische Abbildung der Kontaktierung der 2DEG-Probe. Die vier Zinn-Kontakte (dunkelgraue Keile) sind kurzgeschlossen. Zwischen ihnen und dem Chrom-Kontakt (hellgrauer Kreis) wird eine Spannung U angelegt, um die Ladungsträgerdichte des 2DEG manipulieren zu können.

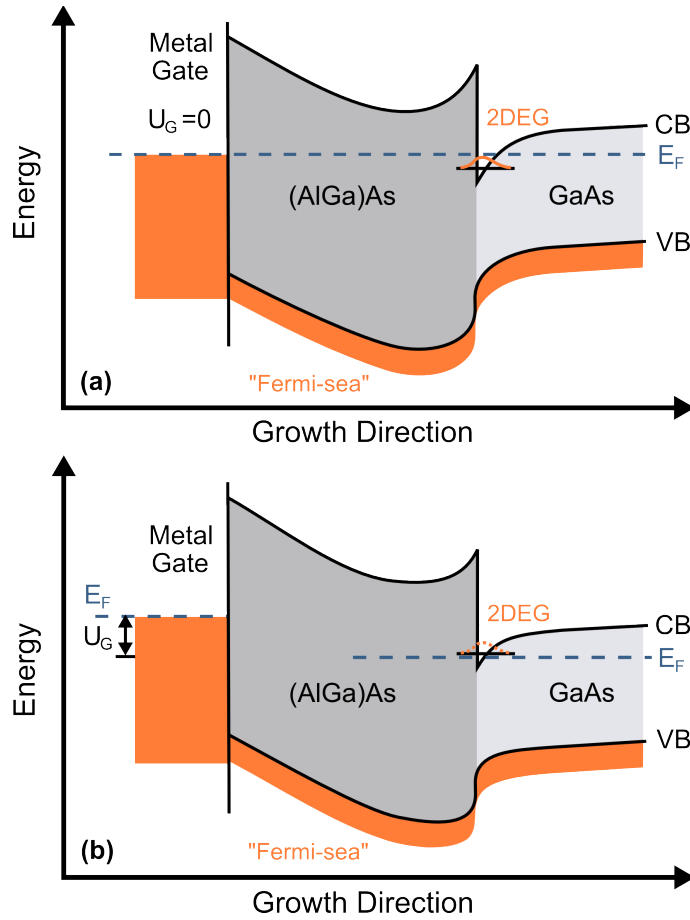


Abbildung 5.14: Bandstrukturschema der 2DEG-Probe in Abhängigkeit der Chrom-Kontakt-Spannung U_G . Es sind E_F das Fermi-niveau, CB das Leitungsband und VB das Valenzband. (a) Ohne angelegte Spannung bildet sich im Leitungsband ein Dreieckspotential mit besetzten Zuständen unterhalb des Fermi-niveaus, welche in Wachstumsrichtung quantisiert sind. Es entsteht ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG). (b) Bei Anlegen einer Spannung $U_G \neq 0$ am Chrom-Kontakt entstehen zwei unterschiedliche Quasi-Fermi-niveaus in Chrom und Halbleiter. Das Quasi-Fermi-niveau des Chroms ist durch die Spannung angehoben worden. Dies führt zu einer Bandanhebung und -verbiegung im Halbleiter, so dass die Zustände des 2DEG bis über das dortige Quasi-Fermi-niveau hinaus angehoben werden können. Dadurch verarmt das 2DEG an Elektronen. Zeichnung in Anlehnung an [Iba02].

Sowohl für die Messung des differentiellen THz-Signal ΔE , als auch des Referenzsignales E_0 nach Gleichung (4.15) in Abschnitt 4.3.2 ist es hilfreich, den Arbeitspunkt für ein leeres 2DEG zu finden. Dazu wird die Ladungsträgerdichte des 2DEG in Abhängigkeit der am Chrom-Kontakt angelegten Spannung gemessen. Dies kann in Anlehnung an die so genannte van-der-Pauw-Messung [Pau58, Pau59] realisiert werden. Dazu muss die Probe wie Abbildung 5.15 gezeigt an vier Punkten A, B, C, D kontaktiert werden. Bei Fluss eines Stromes I_{AC} zwischen den Kontakten A und C lässt sich zwischen den Kontakten B und D eine Spannung U_{BD} messen und so ein Widerstand

$$R_{AC,BD} = \frac{U_{BD}}{I_{AC}} \quad (5.3)$$

bestimmen. Wird die Probe durch ein homogenes Magnetfeld senkrecht zur Probe durchsetzt, so ändert sich der Widerstand um $\Delta R_{AC,BD}$. Aus dieser Widerstandsänderung kann man den Hallkoeffizient R_H gemäß

$$R_H = \frac{d}{B} \Delta R_{AC,BD} \quad (5.4)$$

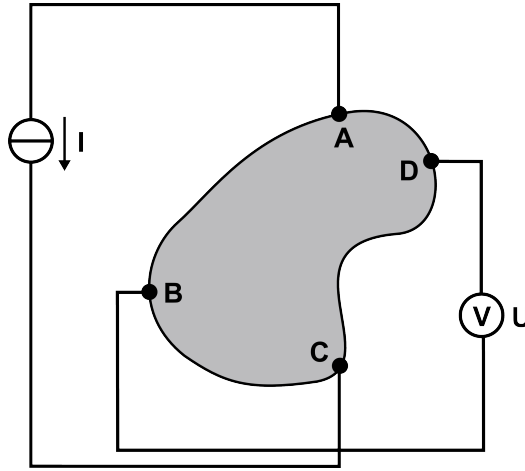


Abbildung 5.15: Schematische Abbildung der 2DEG-Kontaktierung für van-der-Pauw-Messungen zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte des 2DEG. Bei Stromfluss zwischen den Kontakten A und C lässt sich zwischen den Kontakten B und D eine Spannung messen, aus der ein Widerstand $R_{AC,BD}$ berechnet werden kann. Wird die Probe von einem geeigneten Magnetfeld durchsetzt, so lässt sich aus einer erfolgenden Widerstandsänderung die Ladungsträgerdichte in der Probe bestimmen.

berechnen. Dabei bezeichnet d die Dicke der Probe parallel zum Magnetfeld und B die magnetische Feldstärke. Die van-der-Pauw-Methode ist für beliebig geformte, homogene Proben ohne Löcher anwendbar. Allerdings müssen die Kontakte an den Rändern der Probe liegen und verschwindend klein sein. Aus dem Hall-Koeffizienten lässt sich die Ladungsträgerdichte n bestimmen:

$$R_H = \frac{1}{ne}, \quad (5.5)$$

wobei $e \equiv |e|$ die Elementarladung bezeichnet. Um auf diese Weise die Ladungsträgerdichte zu bestimmen, wird zunächst das magnetische Feld eines scheibenförmigen Neodym-Festkörpermagneten mit Radius 5 mm und Höhe 1 mm mittels einer Hallsonde vermessen. Dabei wird das magnetische Feld in Abhängigkeit des Abstandes zwischen Hallsondensensor und der Stirnfläche des Magneten gemessen, entlang der zentralen Rotationsachse. Dieser Magnet wird daraufhin unter der Probe konzentrisch zum Chrom-Gate angebracht, woraufhin der Hall-Koeffizient der 2DEG-Probe bestimmt werden kann. Die vier Zinn-Kontakte der Probe übernehmen die Rolle der für die van-der-Pauw-Messung benötigten Kontakte A,B,C,D. Das Ergebnis der Ladungsträgermessungen nach der van-der-Pauw-Methode ist in Abbildung 5.16 dargestellt. Es zeigt sich eine nahezu konstante Ladungsträgerdichte von etwa $6,9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, die ab einer Spannung

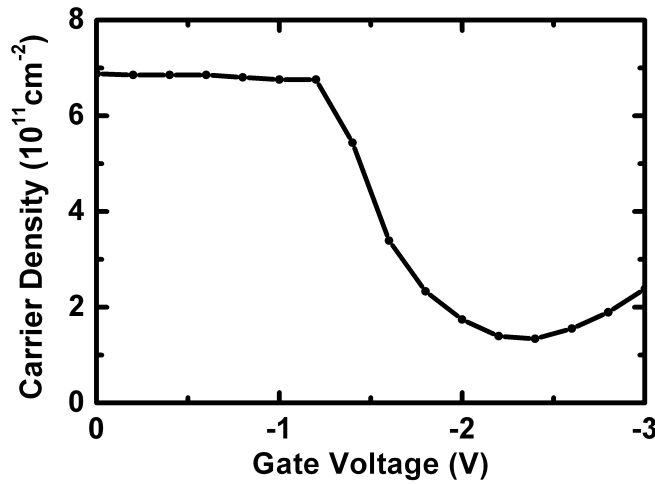


Abbildung 5.16: Gemessene Ladungsträgerdichte des 2DEG in Abhängigkeit von der am Chrom-Kontakt der Probe angelegten Spannung. Die Messung erfolgte nach der van-der-Pauw-Methode.

von etwa $-1,2\text{ V}$ auf ein Minimum bei einer Spannung von $-2,4\text{ V}$ abfällt und danach wieder ansteigt.

Leider kann die Messung nur als grobe Abschätzung dienen, da die verwendete Probengeometrie nicht der geforderten van-der-Paw-Geometrie genügt. Zum einen sind die vier Zinn-Kontaktierungen der Probe nicht punktförmig, zum anderen liegen sie nicht am Rand des Chrom-Kontaktes oder der gesamten Probe als untersuchte Fläche, wie von van-der-Pauw gefordert [Pau58, Pau59]. Damit können Ströme um den Chrom-Kontakt herumfließen und eine andere Ladungsträgerdichte vortäuschen als tatsächlich unter dem Kontakt vorhanden ist. Um dies auszuschließen, wäre die Verwendung einer so genannten Kleeblattgeometrie nötig gewesen, so dass zwischen den Kontakten nur eine Verbindung unter dem Chrom-Kontakt besteht. Hierzu hätte die Probe jeweils zwischen zwei benachbarten Zinn-Kontakten bis zum Chrom-Kontakt eingeritzt werden müssen, um das 2DEG dort zu unterbrechen. Dies birgt jedoch die Gefahr, dass die Probe möglicherweise zerstört oder für spätere Zwecke unbrauchbar gemacht worden wäre.

Zusätzlich besteht der begründete Verdacht, dass sich das 2DEG unter dem Chrom-Kontakt nicht homogen entleert, sondern eine radiale Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte besteht, d.h., im Zentrum des Chrom-Kontaktes verringert sich die Ladungsträgerdichte zuerst.² Damit würde quasi ein Loch im 2DEG entstehen, was die van-der-Pauw-Messungen für fallende Chrom-Kontakt-Spannungen zweifelhaft erscheinen lässt. In der Tat erscheint der Anstieg der Ladungsträgerdichte in Abbildung 5.16 für Spannungen kleiner $-2,5\text{ V}$ nicht plausibel.

Immerhin kann die van-der-Pauw-Messung als Abschätzung der Ladungsträgerdichte unter dem Chrom-Kontakt für den Fall ohne angelegte Spannung herangezogen werden.

Um die nötige Chrom-Kontakt-Spannung für ein leeres 2DEG alternativ abzuschätzen wird im Folgenden ein Kondensatormodell betrachtet. In einfacher Näherung kann die Struktur der Probe als Plattenkondensator genähert werden, wobei der Chrom-Kontakt und die 2DEG-Schicht die beiden Kondensatorplatten modelliert. Für einen Kondensator mit runden Platten des Durchmessers $2r = 3\text{ mm}$ des Chrom-Kontaktes, einem Plattenabstand von $d = 115\text{ nm}$ zwischen 2DEG und Chrom-Kontakt und dem entsprechenden Dielektrikum (AlGa)As mit einer Dielektrizitätszahl $\varepsilon = 13,1$ zwischen den Platten, erhält man eine Kapazität C von etwa

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\pi r^2}{d} = 7,1\text{ nF}. \quad (5.6)$$

²Persönliche Notiz (unveröffentlicht) von T. Kleine-Ostmann, M. Koch, TU-Braunschweig. Dort wurden die Proben bereits vorher untersucht, siehe auch [KO02, KO04a, KO04b].

Um diese Kapazität auch experimentell zu bestimmen, wird zunächst eine Strom-Spannungs-Kennlinie aufgenommen. Die vier Zinn-Kontakte der Probe werden gemeinsam geerdet und eine Spannung wird am Chrom-Kontakt angelegt. Abbildung 5.17 zeigt die erhaltenen Messergebnisse für eine Probentemperatur von 10 K. Man erhält eine typische Kennlinie mit einem starken linearen Stromanstieg für positive Spannungen und einem zunächst sehr flachen Verlauf für kleine negative Spannungen bis etwa -1 V, der dann mit weiter absinkender Spannung plötzlich stärker abfällt. Das Verhalten der Strom-Spannungs-Kennlinie deutet darauf hin, dass das 2DEG bis zu einer Chrom-Kontakt-Spannung von etwa -1 V entleert sein könnte. Für noch kleinere Spannungen beginnt dann ein Injektionsstrom zu fließen, der mit abfallender Spannung stärker wird [KO04b].

Zur Messung der Kapazität des 2DEG nach [KO04b] verwendet man eine Schaltung gemäß Abbildung 5.18. Die Spannungen U und U_0 werden vorgegeben, der Widerstand R_0 ist bekannt. Während U_0 eine Gleichspannung ist, handelt es sich bei $U = U(t)$ um eine Wechselspannung zu Modulationszwecken, mit $U \ll U_0$. Die 2DEG-Probe wird als Ersatzschaltbild durch einen Widerstand R parallel zu einer Kapazität C dargestellt. Der Widerstand R wird aus der zuvor gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie für eine bestimmte Gleichspannung U_0 errechnet. Die

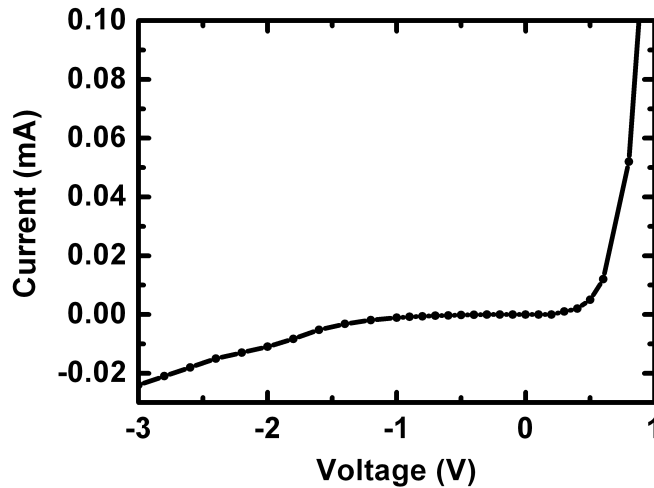


Abbildung 5.17: Gemessene Strom-Spannungs-Kennlinie des 2DEG. Man beobachtet einen flachen Verlauf der Kennlinie für kleine negative Spannungen. Ab einer Chrom-Kontakt-Spannung von etwa -1 V knickt die Kennlinie ab, und es beginnt ein Injektionsstrom zu fließen.

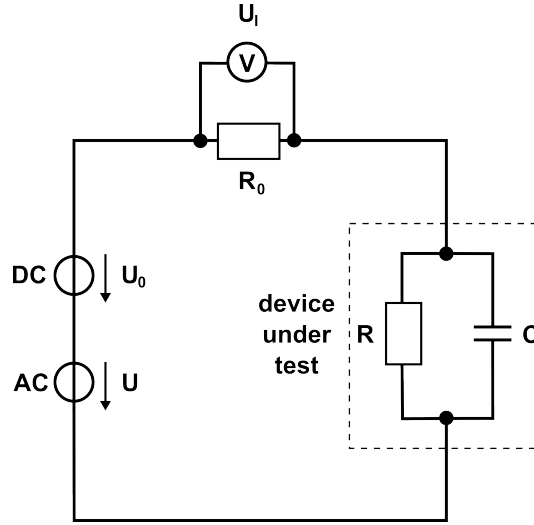


Abbildung 5.18: Schaltschema für Kapazitätsmessungen des 2DEG. Die 2DEG-Probe wird als Ersatzschaltbild durch einen Widerstand R parallel zu einer Kapazität C dargestellt (device under test). Die Spannungen U und U_0 , sowie der Widerstand R_0 werden vorgegeben. Für die Wechselspannung U gilt $U \ll U_0$.

am Widerstand R_0 abfallende Spannung U_I wird von einem Lock-In-Verstärker ausgelesen, der durch die Modulationsspannung U getriggert wird. Aus diesen Messwerten errechnet sich die Kapazität gemäß

$$C = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_I}{R_0}\right)^2 - \left(\frac{U}{R}\right)^2}}{2\pi f U}. \quad (5.7)$$

Das Ergebnis für eine Temperatur von 10 K ist in Abbildung 5.19 dargestellt. Man erhält eine Kapazität von etwa 7 nF, welche ab einer Spannung von ca. -1,25 V abzusinken beginnt. Dieses Messergebnis der Kapazität bei kleinen Spannungen passt gut zu dem durch das Kondensatormodell ermittelten Wert aus Gleichung (5.6).

Unter Verwendung des einfachen Plattenkondensator-Modells folgt dann mit Hilfe der gemessenen Kapazität von 7,1 nF eine Entladespannung von

$$U = \frac{Q}{C} = -\frac{neA}{C} = -1,1 \text{ V}. \quad (5.8)$$

Das 2DEG wäre somit für eine Chrom-Kontakt-Spannung von etwa -1,1 V entleert. Dies verträgt sich auch mit der Interpretation der Strom-Spannungs-Kennlinie, da

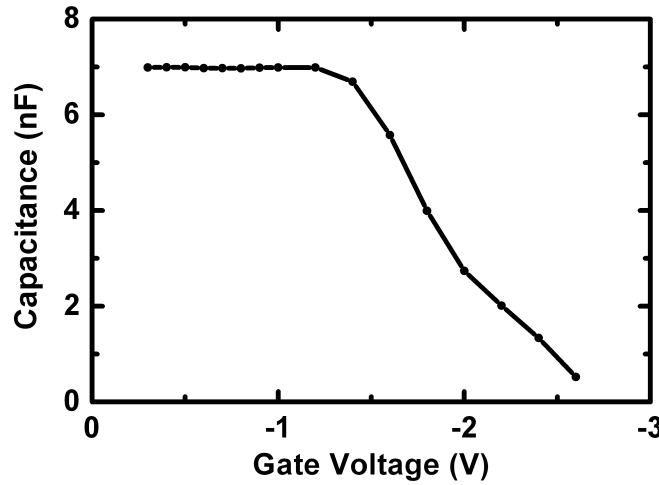


Abbildung 5.19: Gemessener Kapazitätsverlauf des 2DEG in Abhängigkeit von der Chrom-Kontakt-Spannung. Die Probertemperatur beträgt etwa 10 K. Die gemessene Kapazität von etwa 7 nF für kleine Spannungen passt gut zu dem durch das einfache Kondensatormodell abgeschätzten Wert von 7,1 nF.

dort in diesem Spannungsbereich ein vermehrter Stromfluss einsetzt, welcher als Injektionsstrom gedeutet wird.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das von der Chrom-Kontakt-Spannung abhängige Ladungsträgerverhalten im 2DEG experimentell leider nicht zufriedenstellend ermittelt werden kann. Die Ergebnisse legen jedoch eine Entleerung des 2DEGs für Spannungen im Bereich von etwa -1 V bis -1,1 V nahe. Die Ladungsträgerdichten des 2DEG müssen daher in den später beschriebenen THz-Messergebnissen durch eine Linienform-Anpassung der theoretischen Rechnungen ermittelt werden.

5.2.2 THz-Antwort des zweidimensionalen Elektronengases

Im Gegensatz zu der Quantenfilm-Probe ist hier keine optische Anregung der Probe nötig, da das 2DEG ohne Anregung bereits eine maximale Elektronendichte zur Verfügung stellt. Stattdessen wird die Elektronendichte im 2DEG durch elektrisches Anlegen einer Spannung an den Chrom-Kontakt verändert. Die Probe wird daher elektrisch moduliert.

Um nun die THz-Antwort des 2DEGs für verschiedene Ladungsträgerdichten zu bestimmen, wird zunächst eine Referenzmessung des durch die Probe transmittierten THz-Feldes $E_0(\omega)$ bei einer Gatespannung von -1 V durchgeführt. Nach den Erkenntnissen in Abschnitt 5.2.1 kann das 2DEG für diese Spannung als leer angenommen werden. Differentielle THz-Messungen $\Delta E(\omega)$ für verschieden starke Spannungsmodulationen des 2DEG werden ebenfalls durchgeführt. Die Spannungsmodulation erfolgt als Rechtecksignal von einer gewählten Spannung $U > -1$ V zu der Referenzspannung $U_0 = -1$ V mit einer Modulationsfrequenz von 1,71 kHz. Je kleiner die Modulationsspannung $\Delta U = U - U_0$ gewählt ist, desto kleiner ist auch die für die THz-Antwort des 2DEG relevante Ladungsträgerdichte unter dem Chrom-Kontakt. Die Probentemperatur beträgt etwa 10 K.

Die Auswertung der dielektrischen Funktion ε aus den gemessenen THz-Feldern erfolgt erneut über

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\text{BG}} - i \frac{2\sqrt{\varepsilon_{\text{BG}}}c}{\omega L_{\text{2DEG}} F_{\text{TM}}} \cdot \frac{\Delta E_{\text{T}}(\omega)}{E_{\text{T}}(\omega)}. \quad (5.9)$$

Dort bezeichnet L_{2DEG} die Dicke des 2DEG, welche auf $L_{\text{2DEG}} = 10$ nm geschätzt wird. Da sie auch in die theoretischen Rechnungen als freier Parameter eingeht, spielt die reale Dicke des 2DEG für den Vergleich mit der Theorie keine Rolle, sofern in Experiment und Theorie dieselben Werte verwendet werden. Der Transfer-Matrix-Korrekturfaktor F_{TM} berücksichtigt auftretende Mehrfachreflexionen zwischen der Oberfläche der Halbleiterstruktur und dem 2DEG selbst. Dies wird bei Betrachtung von Gleichung (4.7) deutlich, die eine durch das Ladungsträgersystem reflektierte Feldkomponente beschreibt. Die Berechnung des Korrekturfaktors, sowie die eingehenden Materialparameter werden in Anhang A genauer beschrieben. Abbildung 5.20 zeigt hier lediglich seinen frequenzabhängigen Verlauf. Man erhält einen annähernd konstanten, frequenzunabhängigen Verlauf des Korrekturfaktors im betrachteten Frequenzbereich bis 2,5 THz. Leider konnte der Brechungsindex der Chromschicht durch Vergleichsmessungen zwischen durch das Chrom transmittierten THz-Feldern zu außerhalb des Chrom-Kontaktes durch die Probe transmittierten THz-Feldern nur mit relativ großer Unsicherheit ermittelt werden. Offensichtlich ist der Einfluss des Chroms auf den Transfer-Matrix-Korrekturfaktor jedoch aufgrund seiner extrem kleinen Dicke nur sehr gering, so dass die große Unsicherheit bei der Bestimmung des Chrom-Brechungsindizes quasi nicht relevant ist.

Die mittels Gleichung (5.9) ermittelte dielektrische Funktion des 2DEG für verschiedene Elektronendichten werden in Abbildung 5.21 neben den theoretisch berechneten Ergebnissen dargestellt. In der oberen Reihe werden die Realteile der gemessenen und berechneten dielektrischen Funktion, in der unteren Reihe die

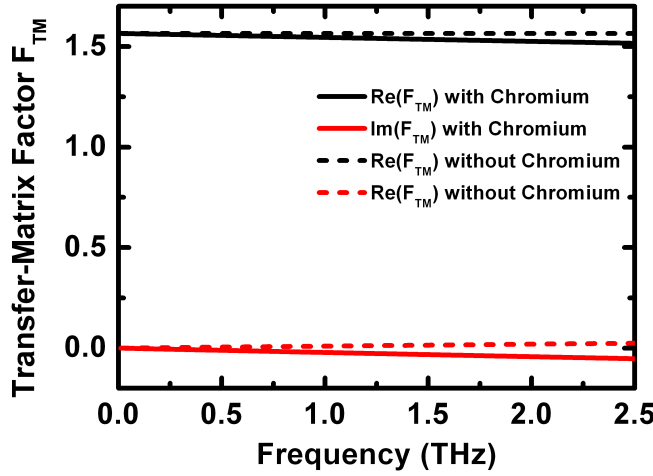


Abbildung 5.20: Transfer-Matrix-Korrekturfaktor F_{TM} der 2DEG-Probe in Abhängigkeit der THz-Frequenz. Die schwarzen Kurven bezeichnen den Realteil von F_{TM} , die roten Kurven den Imaginärteil. Die durchgezogenen Kurven veranschaulichen den Verlauf des Korrekturfaktors unter Berücksichtigung des Chrom-Kontaktes, die gestrichelte Kurven unter Vernachlässigung des Chrom-Kontaktes. Es zeigt sich, dass der Einfluss des Chrom-Kontaktes auf den Korrekturfaktor eher unerheblich ist.

entsprechenden Imaginärteile gezeigt. Die Ladungsträgerdichten im 2DEG werden durch Linienformanpassung der theoretischen Rechnungen an die experimentellen Kurven ermittelt. Man beobachtet ein plasma-artiges Verhalten mit zu kleinen Frequenzen hin divergierendem Real- und Imaginärteil und Nullstellen im Realteil. Das Verhalten entspricht qualitativ dem charakteristischen Verhalten eines Plasmas, wie im Falle des Elektron-Loch-Plasmas der Quantenfilmprobe beobachtet. Die Übereinstimmungen zwischen Theorie und Experiment sind gut.

Wie bereits in Abschnitt 5.1.2 wird auch für die Daten des 2DEG eine Betrachtung des negativen Imaginärteils der inversen dielektrischen Funktion vorgenommen. Abbildung 5.22 zeigt das Ergebnis in Abhängigkeit von der Elektronendichte. Wie bereits beim Elektron-Loch-Plasma des Quantenfilms erhält man auch für das Elektronenplasma des 2DEG eine Plasmaresonanz, welche für steigende Ladungsträgerdichten zu höheren Frequenzen schiebt. Im Unterschied zum Elektron-Loch-Plasma sind die Plasmaresonanzen allerdings stark verbreitert. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie sind erneut gut.

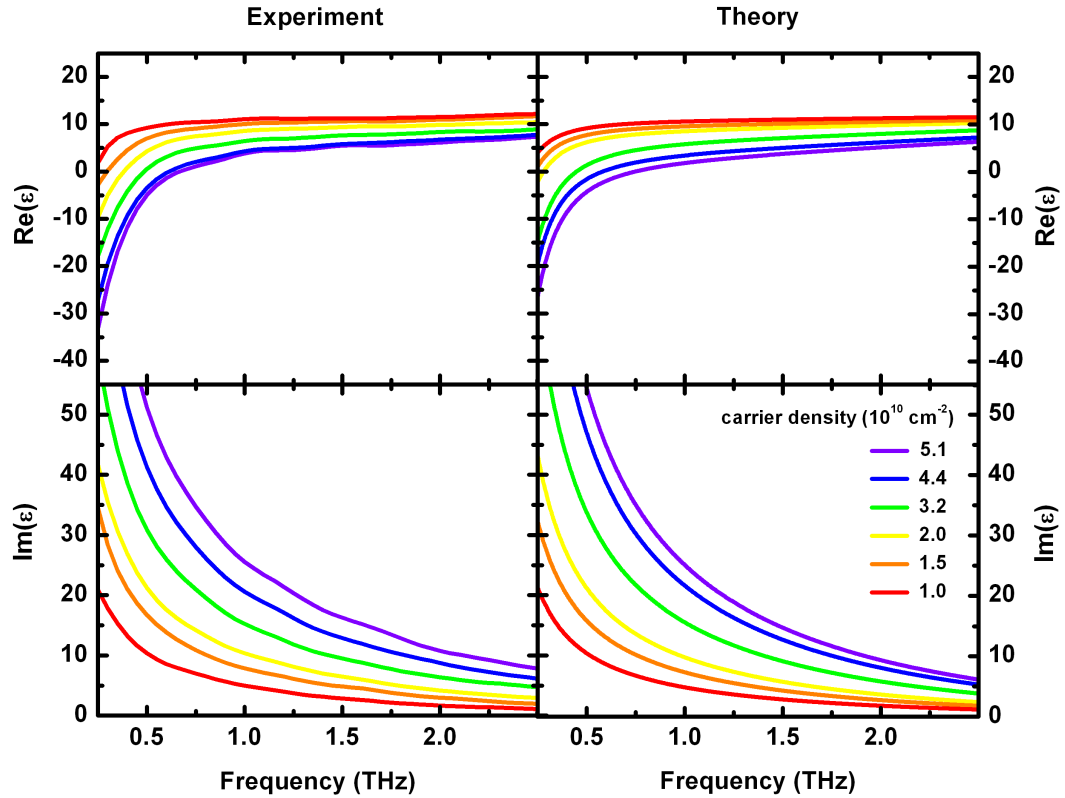


Abbildung 5.21: Dielektrische Funktion des 2DEG für verschiedene Ladungsträgerdichten in Abhängigkeit von der THz-Frequenz. In der linken Spalte sind Real- und Imaginärteil der experimentellen Ergebnisse dargestellt, die rechte Spalte zeigt den entsprechend theoretisch ermittelten Real- und Imaginärteil der dielektrischen Funktion in Abhängigkeit von der angegebenen Elektronendichte. Das 2DEG verhält sich plasma-artig. Die den angegebenen Ladungsträgerdichten entsprechenden Modulationsspannungen ΔU sind in absteigender Reihenfolge: 0,5 V, 0,4 V, 0,3 V, 0,2 V, 0,15 V und 0,1 V.

Das Verhalten der Resonanzmaxima wird erneut untersucht, indem die quadrierte Maximumsfrequenz der Plasmaresonanzen gegen die Elektronendichte aufgetragen wird. Das Ergebnis wird in Abbildung 5.23 dargestellt. Wieder zeigt sich ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen quadrierter Maximumsfrequenz der Plasmaresonanzen in $\text{Im}(-1/\epsilon)$ und der Elektronendichte mit guter Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Auch hier entspricht dieses Verhalten qualitativ dem Verhalten der dreidimensionalen Plasmafrequenz nach

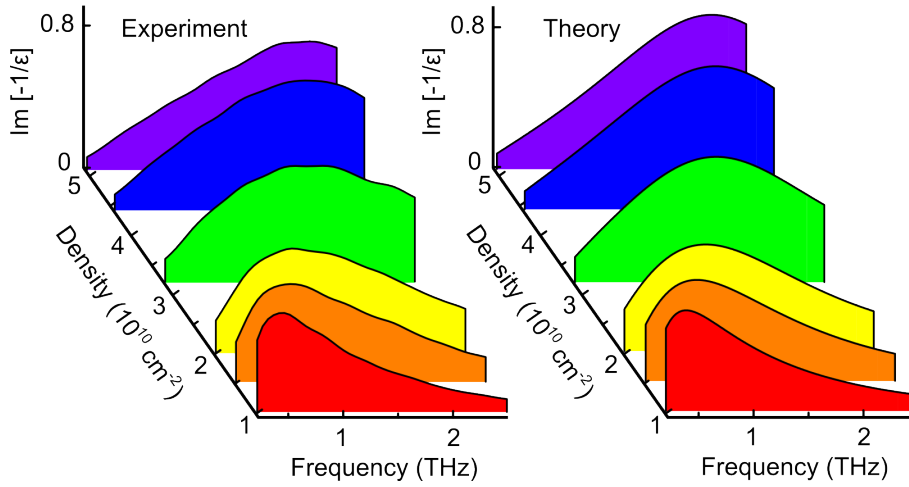


Abbildung 5.22: Negativer Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion des 2DEG für verschiedene Ladungsträgerdichten in Abhängigkeit von der THz-Frequenz. Das linke Diagramm zeigt die experimentellen Messungen, das rechte Diagramm die theoretischen Ergebnisse. Ebenso wie vorher beim Elektron-Loch-Plasma des Quantenfilms beobachtet man auch im 2DEG eine für steigende Ladungsträgerdichten zu höheren Frequenzen schiebende Plasmaresonanz.

Gleichung (3.37), welche im Grenzfall langer Wellenlängen ebenfalls linear von der Ladungsträgerdichte abhängt. Offensichtlich verhält sich die plasma-artige THz-Antwort eines zweidimensionalen Elektronengases ebenfalls ähnlich zu einem dreidimensionalen Ladungsträgerplasma.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen des Elektron-Loch-Plasmas im Quantenfilm werden im Falle des 2DEG allerdings Abweichungen von dem klassischen Drude-Oszillatormodell beobachtet. An die für das 2DEG ermittelten Kurvenverläufe der dielektrischen Funktion lässt sich kein Drude-Ansatz nach Gleichung (3.36) anpassen. Ebenso verhält sich die quadrierte Plasmaresonanz-Maximumsfrequenz des 2DEG zwar linear zur Elektronendichte im 2DEG, allerdings mit einer anderen Steigung als die dreidimensionale Plasmafrequenz des Drude-Oszillatormodells. Anscheinend spielen im Falle des 2DEG Vielteilcheneffekte, welche in der mikroskopischen Theorie nach Abschnitt 3.4 durch den THz-Term J_{THz} in Gleichung (3.87) beschrieben werden, eine größere Rolle. Die typische Plasmaantwort eines dreidimensionalen Ladungsträgerplasmas wird also beim 2DEG stark durch Vielteilcheneffekte modifiziert. In welchem Ausmaß diese Vielteilcheneffekte vollständig für die Abweichungen verantwortlich sind, ist allerdings nicht ganz geklärt, da

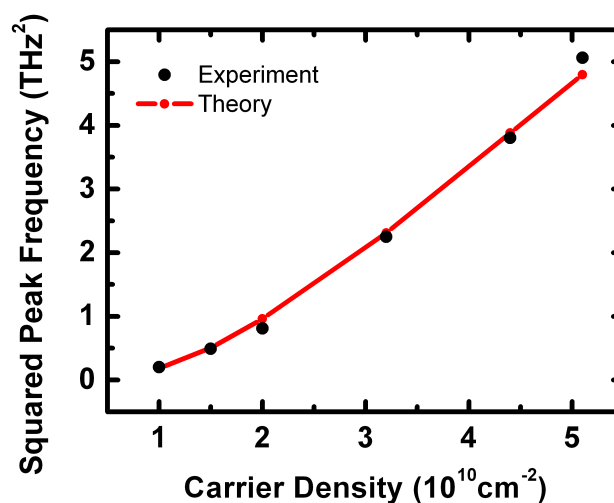


Abbildung 5.23: Quadrierte Plasmaresonanz-Maximumsfrequenz des 2DEG in Abhängigkeit von der Elektronendichte. Es zeigt sich ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen quadrierter Maximumsfrequenz und der Elektronendichte mit guter Übereinstimmung zwischen Theorie (rot) und Experiment (schwarz). Dieses Verhalten korrespondiert qualitativ mit der dreidimensionalen Plasmafrequenz, welche im Grenzfall langer Wellenlängen ebenfalls linear von der Ladungsträgerdichte abhängt.

eventuell auch die Ladungsträger in dem Chrom-Kontakt die THz-Antwort der Probe beeinflussen könnten. Um dies zu klären, sind weitere Experimente notwendig, idealerweise mit einer vergleichbaren Probe, jedoch ohne ein vorhandenes 2DEG. Somit würden nur die Einflüsse des Chrom-Kontaktes gemessen werden. Eine derartige Probe stand bislang allerdings nicht zur Verfügung, womit diese Unsicherheit bei den Ergebnissen der THz-Antwort des 2DEG verbleibt.

6 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der THz-Antwort zweidimensionaler Ladungsträgersysteme in verschiedenen Halbleiterheterostrukturen unter wechselnden Bedingungen. Zur Durchführung der Experimente wurde ein Spektrometer ausgehend von [Gru06] weiterentwickelt, welches in Kombination sowohl zeitaufgelöste Optische-Anrege-THz-Abfrage-Experimente, als auch optische Anrege-Abfrage-Experimente im Nahinfraroten für identische Bedingungen ermöglicht. Mit diesem experimentellen Aufbau wurden Untersuchungen der transversalen dielektrischen Funktion sowohl eines (GaIn)As/GaAs-Quantenfilms unter verschiedenen Bedingungen, als auch eines zweidimensionalen Elektronengases in einer GaAs-basierten Heterostruktur durchgeführt.

Zunächst wurde für den (GaIn)As/GaAs-Quantenfilm die THz-Antwort eines durch Interbandübergänge generierten Elektron-Loch-Plasmas für verschiedene Ladungsträgerdichten betrachtet. Anregungsenergie, Probentemperatur und Anrege-Abfrage-Verzögerungszeiten wurden entsprechend gewählt, so dass keine exzitonischen Einflüsse vorliegen und nur ein reines Plasma in dem Ladungsträgersystem des Quantenfilms vorhanden ist. Das Plasma zeigte in der gemessenen transversalen dielektrischen Funktion ein Verhalten gemäß dem klassischen Drude-Oszillatormodell. Ebenso zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung mit einer mikroskopischen Theorie der THz-Antwort von Vielteilchensystemen, basierend auf [Kir06, Gol08, Gol09]. Diese Theorie beschreibt die THz-Antwort im Wesentlichen zusammengesetzt aus zwei Beiträgen, einem ponderomotiven Beitrag, welcher zum Drude-Oszillatormodell korrespondiert, und einem Beitrag durch Vielteilcheneffekte. Darüber hinaus fand man bei Betrachtung des negativen Imaginärteils der inversen dielektrischen Funktion eine Plasmaresonanz, deren quadrierte Maximumsfrequenz proportional zur Ladungsträgerdichte des Plasmas ist. Dieses Verhalten entspricht der Plasmafrequenz eines dreidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas. Insgesamt konnte gezeigt werden, dass sich die transversale THz-Antwort eines zweidimensionalen Elektron-Loch-Plasmas somit wie ein dreidimensionales Plasma verhält. Die durch THz-Felder gemessene transversale Antwort eines Elektron-Loch-Plasmas scheint daher unabhängig von der Dimension des Ladungsträgersystems zu sein. Es wurde gefolgert, dass es sich bei der beobachteten Plasmaresonanz nicht um einen Plasmon-Pol handeln kann. In den beschriebenen Experimenten

wurde ausschließlich die transversale Antwort des Ladungsträgersystems gemessen. Da das Plasmon eine longitudinale Dichteschwingung des Ladungsträgerplasmas darstellt, ist es somit durch THz-Felder, welche transversaler Natur sind, nicht direkt zugänglich. Für dreidimensionale Systeme können transversal gemessene Plasmaresonanz und longitudinaler Plasmon-Pol jedoch als formal äquivalent betrachtet werden, mit identischem Verhalten. Für zweidimensionale Systeme ist dies hingegen nicht mehr der Fall, da die Schwingungsfrequenz des Plasmons im Sinne einer freien Dichteschwingung im Gegensatz zum dimensionsunabhängigen Verhalten der Plasmaresonanz dimensionsabhängig ist. Die transversal gemessene Plasmaresonanz spiegelt daher für Systeme niedriger Dimensionalität nicht mehr die Frequenz der Plasmadichteschwingung wider. Dies trifft lediglich auf dreidimensionale Systeme zu.

Anschließend wurde die Situation im Quantenfilm für resonante Anregung der 1s-Exzitonenlinie bei tiefen Temperaturen untersucht. Eine schwache optische Anregung erzeugt ein von 1s-Exzitonen dominiertes Ladungsträgersystem. Für die dielektrische Funktion konnte eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und mikroskopischer Theorie präsentiert werden. Bei der folgenden Betrachtung des negativen Imaginärteils der inversen dielektrischen Funktion zeigte bereits ein schwach angeregtes, exzitonomes System einen Resonanzpol bei der intraexzitonischen 1s-2p-Übergangsfrequenz. Eine einfache nähere Untersuchung ergab, dass diese exzitonische Resonanz durch den Verlauf des Imaginärteils der dielektrischen Funktion induziert wird. Im Falle eines Plasmas resultiert die Plasmaresonanz hingegen durch die Nullstelle des Realteils der dielektrischen Funktion. Für steigende Ladungsträgerdichten schiebt der zunächst exzitonische Resonanzpol ebenfalls zu höheren THz-Frequenzen. Schließlich beginnt sich das Ladungsträgersystem plasma-artig zu verhalten, allerdings bereits für Ladungsträgerdichten, bei denen noch ein signifikanter Exzitonenanteil im Ladungsträgersystem verbleibt. Die Exzitonenpopulation ist noch nicht vollständig ionisiert, was durch ergänzende optische Anrege-Abfrage-Experimente untermauert werden konnte. Das Ladungsträgersystem beginnt also bereits plasma-artiges Verhalten zu zeigen, bevor die Mott-Dichte erreicht wird. Darüber hinaus ist die Beobachtung eines Resonanzpols im negativen Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion offensichtlich nicht hinreichend für das Vorhandensein eines Plasmas. Es müssen zusätzlich noch andere Größen, wie beispielsweise der Realteil der dielektrischen Funktion, oder das ladungsträgerdichteabhängige Verhalten der beobachteten Resonanz zur Beurteilung der Situation hinzugezogen werden. Trotz alledem zeigt der negative Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion offenbar charakteristische Merkmale des untersuchten Ladungsträgersystems. Für exzitonisch beherrschte Systeme ist dies beispielsweise die intraexzitonische 1s-2p-Übergangsfrequenz, für plasma-dominierte Systeme die dreidimensionale Plasmafrequenz. Über den Zu-

sammenhang zum Imaginärteil der dielektrischen Funktion sollte sich zudem auch Verstärkung durch Besetzungsinversion des intraexzitonischen 1s-2p-Übergangs durch negative Resonanzen äußern, womit auch die Übertragungsrichtung von Energie, in das Ladungsträgersystem hinein, oder aus ihm heraus, erkennbar wäre.

Zuletzt wurde ein reines zweidimensionales Elektronengas (2DEG) in einer GaAs-Heterostruktur untersucht, welche einer Transistorstruktur für hohe Elektronenbeweglichkeit (HEMT) ähnelt. Im Gegensatz zum Quantenfilm existieren in diesem Fall keine Löcher und es liegt ein reines Elektronenplasma vor. Die Ladungsträgerdichte des 2DEG kann durch Anlegen einer Spannung zwischen elektrischen Kontakten der Probe manipuliert werden. Auch hier zeigte sich im Ergebnis sowohl in der dielektrischen Funktion, als auch im Imaginärteil der inversen dielektrischen Funktion ein Verhalten analog zu einem dreidimensionalen Plasma. Im Unterschied zum Elektron-Loch-Plasma des Quantenfilms konnte dies im Falle des 2DEG allerdings nicht durch ein Drude-Oszillatormodell beschrieben werden. Es ergab sich jedoch eine gute Übereinstimmung zu der mikroskopischen Theorie. Daher scheinen hier Vielteilcheneffekte eine größere Rolle zu spielen, welche den ponderomotiven Beitrag der THz-Antwort erheblich modifizieren. Leider besteht jedoch eventuell die Möglichkeit, dass die elektrische Kontaktierung ebenfalls Einfluss auf die THz-Antwort nimmt. Mangels einer für Vergleichsmessungen geeigneten Probe war es allerdings nicht möglich herauszufinden, ob und in welchem Ausmaß diese Einflussnahme auf die THz-Antwort besteht.

Würde man in Zukunft das scheinbar dimensionsunabhängige Verhalten der transversalen THz-Antwort von Ladungsträgerplasmen weiter verfolgen wollen, so könnten beispielsweise zusätzliche Experimente an Quantendrähten durchgeführt werden, welche parallel zur linear polarisierten Schwingungsrichtung des THz-Feldes orientiert sein müssten. Dort müsste ebenfalls eine Antwort ähnlich zu einem drei- und zweidimensionalen Plasma zu messen sein. Erst für Quantenpunkte als quasi-nulldimensionale Ladungsträgersysteme ist eine qualitativ andere THz-Antwort zu erwarten, da für diese Systeme selbst der ponderomotive Beitrag aufgrund der Quantisierung der Ladungsträger in alle Raumrichtungen nicht mehr in vergleichbarer Form gegeben sein sollte.

A Anhang:

Transfer-Matrix-Algorithmus

Verschiedene Materialien besitzen unterschiedliche optische Eigenschaften, welche durch den Brechungsindex n und den Absorptionsindex κ des komplexen Brechungsindex $\tilde{n} = n + i\kappa$ beschrieben werden können. Der komplexe Brechungsindex ist über die Beziehung $\tilde{n}^2 = \varepsilon$ mit der dielektrischen Funktion ε verknüpft. Aufgrund unterschiedlicher Brechungsindizes zwischen verschiedenen Materialschichten wird das Licht an Grenzflächen nicht vollständig transmittiert, sondern auch teilweise reflektiert. Im Falle von Mehrschichtstrukturen kommt es daher schnell zu komplexen Mehrfachreflexionen zwischen Grenzflächen. Der Transfer-Matrix-Algorithmus ist ein Hilfsmittel zur Berechnung von Reflexions- und Transmissionseigenschaften dieser Mehrschichtstrukturen für eindimensionale orthogonale Propagation des Lichtes durch die Struktur, also entlang der Wachstumsrichtung. Bekannte Anwendungsbeispiele von Schichtstrukturen sind Antireflexschichten oder dielektrische Spiegel.

A.1 Einführende Betrachtungen zum Transfer-Matrix-Algorithmus

Nach dem Modell des Transfer-Matrix-Algorithmus existieren direkt an einer Grenzfläche zwischen zwei Materialschichten in jeder Schicht zwei Feldkomponenten. Zum einen das von links nach rechts propagierende Feld $E_{f,i}$, hier als vorwärtslaufend definiert, sowie das entgegengesetzt propagierende Feld $E_{b,i}$, welches hier als rückwärtslaufend bezeichnet wird. Der Index i gibt die zugehörige Schicht an. Abbildung A.1 stellt beispielhaft die Situation an einer Grenzfläche zwischen zwei Schichten 0 und 1 mit den Brechungsindizes n_0 und n_1 dar.

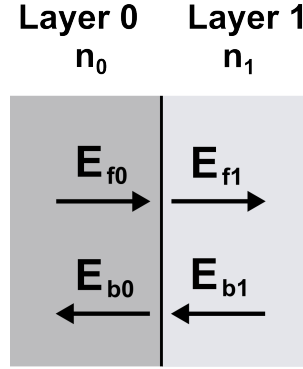


Abbildung A.1: Transfer-Matrix-Modell einer Grenzfläche zwischen zwei Materialschichten 0 und 1 mit den entsprechenden Brechungsindizes n_0 und n_1 . Die Feldkomponenten E_{f0} und E_{f1} werden als vorwärtslaufend betrachtet, die beiden Feldkomponenten E_{b0} und E_{b1} als rückwärtslaufend.

Für den Transmissionskoeffizienten $t_{i,i+1}$ für Transmission von einer Schicht i in die folgende Schicht $i+1$ und den Reflexionskoeffizienten $r_{i,i+1}$ für Reflexion an der Grenzfläche von Schicht i aus kommend, gilt

$$t_{i,i+1} = \frac{2n_{i+1}}{n_i + n_{i+1}} \quad \text{und} \quad r_{i,i+1} = \frac{n_i - n_{i+1}}{n_i + n_{i+1}}. \quad (\text{A.1})$$

Hier bezeichnet n_i den Brechungsindex der Schicht i . Gleichung (A.1) gilt für Schichten mit vernachlässigbarer Absorption, dass heißt $\kappa \ll n$. Ist dies nicht der Fall, müssen die Brechungsindizes durch ihre komplexen Vertreter \tilde{n}_i ersetzt werden. Die Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten $t_{i+1,i}$ bzw. $r_{i+1,i}$ für das rückwärts propagierende Feld von der Schicht $i+1$ in die Schicht i erhält man aus Gleichung (A.1) durch entsprechendes Vertauschen der Indizes. Es gilt auch $r_{i,i+1} = -r_{i+1,i}$.

An einer Grenzfläche erhält man für die Felder $E_{f,i}$, $E_{b,i}$, $E_{f,i+1}$ und $E_{b,i+1}$ den Zusammenhang

$$E_{f,i+1} = t_{i,i+1}E_{f,i} + r_{i+1,i}E_{b,i+1}, \quad (\text{A.2})$$

$$E_{b,i} = t_{i+1,i}E_{b,i+1} + r_{i,i+1}E_{f,i}. \quad (\text{A.3})$$

Unter Verwendung der Beziehung $t_{i,i+1}t_{i+1,i} - r_{i,i+1}r_{i+1,i} = 1$ folgt in Matrix-Vektorschreibweise

$$\begin{pmatrix} E_{f,i+1} \\ E_{b,i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/t_{i+1,i} & r_{i+1,i}/t_{i+1,i} \\ -r_{i+1,i}/t_{i+1,i} & 1/t_{i+1,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{f,i} \\ E_{b,i} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Beschreibt man die Felder einer Schicht an einer Grenzfläche also durch Vektoren, so lässt sich Transmission und Reflexion an einer Grenzfläche zwischen den Schichten i und $i + 1$ durch die Matrix

$$M_{i,i+1} = \frac{1}{t_{i,i+1}} \begin{pmatrix} 1 & r_{i+1,i} \\ -r_{i,i+1} & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

darstellen. Mittels ähnlicher Überlegungen folgt für die Propagation des Lichtfeldes über eine Strecke L_l innerhalb einer Schicht j die Matrix

$$P_j(L_l) = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{jl}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{jl}} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

wobei $\phi_{jl} = k_j L_l = \frac{n_j \omega}{c} L_l$ eine Phase darstellt. Sie beinhaltet den Wellenvektor k_j und somit auch die Frequenz ω und die Vakuumlichtgeschwindigkeit c . Für die Berücksichtigung der zweidimensionalen Ladungsträgerschicht des Quantenfilms oder der 2DEG-Heterostruktur lässt sich ebenfalls eine Matrix M_ξ aufstellen, welche die aus Abschnitt 4.3.2 bekannte Antwortfunktion $\xi(\omega)$ als Verknüpfung zur Suszeptibilität $\chi(\omega)$ in sich birgt:

$$M_\xi = \begin{pmatrix} 1 + i\xi & i\xi \\ -i\xi & 1 - i\xi \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Die Matrix M_ξ umfasst auch die Gleichungen (4.8) und (4.7). Eine Beschreibung der Herleitung einer solchen Quantenfilm-Transfer-Matrix im allgemeineren Falle findet sich in [Jan97].

Mit Hilfe dieser Matrizen lässt sich nun durch sukzessives Aneinandermultiplizieren eine charakteristische Matrix für eine komplexere Schichtstruktur errechnen, welche nicht nur die Transmissions- und Reflexionseigenschaften der Struktur berücksichtigt, sondern auch, sofern in der Struktur vorhanden, eine Kopplung an ein zweidimensionales Ladungsträgersystem beinhaltet.

A.2 Transfer-Matrix-Kalkulation für die Quantenfilmprobe

Die im Experiment untersuchte prozessierte Quantenfilmprobe (DBR43) wird entlang der Wachstumsrichtung durch die Schichtfolge Saphir-Kleber-Halbleiter-Luft modelliert, wobei die Indizes 0 bis 3 zur Kennzeichnung der einzelnen Schichten verwendet werden. Abbildung A.2 verdeutlicht die modellierte Schichtstruktur. Die Brechungsindexunterschiede zwischen GaAs und den ternären Legierungen (GaIn)As und (AlGa)As sind für die untersuchten Proben vernachlässigbar gering. Das GaAs und seine ternären Legierungen werden daher identisch mit dem Brechungsindex von GaAs behandelt. Die Dicke der Kleberschicht wird als L_1 bezeichnet. Der Mehrfachquantenfilm kann aufgrund seiner gegenüber der THz-Wellenlänge verschwindenden Dicke als einzelne zweidimensionale Schicht innerhalb des Halbleiters modelliert werden. Die Abstände L_2 und L_3 legen die Lage des modellierten Quantenfilmes innerhalb der Probe fest. Das Saphirsubstrat besitzt eine Dicke von etwa 0,5 mm. Dadurch ist die Saphir-interne Reflexion des THz-Feldes zeitlich weit genug von der ausschließlich transmittierten THz-Feldkomponente separiert, so dass sie im Experiment nicht gemessen wird. Die Dicke des Saphir kann daher im Transfer-Matrix-Algorithmus als unendlich

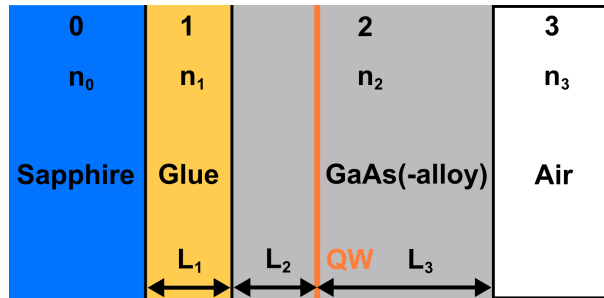


Abbildung A.2: Transfer-Matrix-Modell der Quantenfilmprobe (DBR43). Die Schichtfolge ist Saphir (0), Kleber (1), Halbleiter (2) und Luft (3) mit den entsprechenden Brechungsindizes n_0 bis n_3 . Die Dicke des Klebers wird durch L_1 angegeben. Die Abstände L_2 und L_3 legen die Lage des modellierten Quantenfilmes (QW) innerhalb der Probe fest. Da der Saphir hinreichend dick ist, so dass seine interne Reflexion im Experiment nicht mehr gemessen wird, spielt seine Dicke für den Transfer-Matrix-Algorithmus keine Rolle.

angenommen werden und muss nicht explizit berücksichtigt werden. Für die Quantenfilmprobe ergibt sich dann das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} E_{f3} \\ E_{b3} \end{pmatrix} = M_{\text{QW}} \begin{pmatrix} E_{f0} \\ E_{b0} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

mit der charakteristischen Matrix

$$M_{\text{QW}} = M_{23} P_2(L_3) M_\xi P_2(L_2) M_{12} P_1(L_1) M_{01}. \quad (\text{A.9})$$

Propagiert das THz-Feld von Schicht 0 ausgehend durch die Struktur, so gilt $E_{b3} = 0$ und der Transmissionskoeffizient $\tilde{\tau}$ der Gesamtstruktur nimmt folgende Form an:

$$\tilde{\tau} = \frac{E_{f3}}{E_{f0}} = \tau \frac{1}{1 - i\xi F_{\text{TM}}}. \quad (\text{A.10})$$

Dabei bezeichnet τ den entsprechenden Transmissionskoeffizienten der Gesamtstruktur ohne zweidimensionales Ladungsträgersystem. Er errechnet sich aus der Matrix

$$M_{\text{QW}'} = M_{23} P_2(L_3) P_2(L_2) M_{12} P_1(L_1) M_{01}, \quad (\text{A.11})$$

welche der Gleichung (A.9) unter Weglassen von M_ξ entspricht. Die Größe F_{TM} bezeichnet den Transfer-Matrix-Korrekturfaktor. Für die Quantenfilmprobe ergeben sich τ und F_{TM} zu

$$\tau = \frac{t_{01}t_{12}t_{23}e^{i(\phi_{11}+\phi_{22}+\phi_{23})}}{1 + r_{01}r_{12}e^{2i\phi_{11}} + r_{01}r_{23}e^{2i(\phi_{11}+\phi_{22}+\phi_{23})} + r_{12}r_{23}e^{2i(\phi_{22}+\phi_{23})}}, \quad (\text{A.12})$$

$$F_{\text{TM}} = \frac{(1 + r_{23}e^{2i\phi_{23}})(1 - r_{01}e^{2i(\phi_{11}+\phi_{22})} - r_{12}e^{2i\phi_{22}} + r_{01}r_{12}e^{2i\phi_{11}})}{1 + r_{01}r_{12}e^{2i\phi_{11}} + r_{01}r_{23}e^{2i(\phi_{11}+\phi_{22}+\phi_{23})} + r_{12}r_{23}e^{2i(\phi_{22}+\phi_{23})}}. \quad (\text{A.13})$$

Seien nun, analog zu Abschnitt 4.3.2, E_0 das auf die Probe einfallende THz-Feld, E_{T} das durch die Probe transmittierte THz-Feld bei Abwesenheit des zweidimensionalen Ladungsträgersystems, ΔE_{T} die Änderung des THz-Feldes durch Wechselwirkung mit dem zweidimensionalen Ladungsträgersystem und $E_{\text{T},\xi} = E_{\text{T}} + \Delta E_{\text{T}}$ das durch die Probe transmittierte THz-Feld nach Wechselwirkung mit dem zweidimensionalen Ladungsträgersystem. Mit $E_{\text{T},\xi} = \tilde{\tau}E_0$ und $E_{\text{T}} = \tau E_0$ folgt durch Umstellen von Gleichung (A.10) schließlich

$$\xi = -\frac{1}{iF_{\text{TM}}} \left(\frac{\tau}{\tilde{\tau}} - 1 \right) = \frac{1}{iF_{\text{TM}}} \frac{\Delta E_{\text{T}}}{E_{\text{T},\xi}}. \quad (\text{A.14})$$

Mit der Gleichung (4.9) erhält man direkt Gleichung (4.15) für die dielektrische Funktion

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\text{BG}} - i \frac{2c\sqrt{\varepsilon_{\text{BG}}}}{\omega L F_{\text{TM}}} \cdot \frac{\Delta E_{\text{T}}(\omega)}{E_{\text{T}}(\omega)}. \quad (\text{A.15})$$

Um nun den Transfer-Matrix-Korrekturfaktor $F_{\text{TM}}(\omega)$ explizit berechnen zu können, müssen die Werte für die effektiven Brechungsindizes n_i der beteiligten Materialien, sowie die relevanten Dicken L_l ermittelt werden.

Die effektiven Brechungsindizes der Materialschichten lassen sich durch Vergleichsmessungen bestimmen, sofern ihre entsprechenden Dicken bekannt sind. Dabei wird angenommen, dass sich die Brechungsindizes der betreffenden Materialien über das betrachtete Frequenzintervall von 0,25 THz bis 2,5 THz nur wenig ändern. Im Falle des Saphirs und des GaAs wird eine THz-Transmissionsmessung durch ein Saphir- bzw. GaAs-Plättchen bekannter Dicke mit einer Freiraum-THz-Messung ohne jegliche Probe verglichen. Im Falle des Klebers wird eine zusätzliche THz-Transmissionsmessung eines mit Kleber bedeckten Saphirplättchen vorgenommen. Die Kleberdicke wird mit Hilfe eines Mikrometers¹ ermittelt, indem die Gesamtdicke der Kleber-Saphir-Probe und die Dicke des Saphirplättchens einzeln gemessen werden. Die zeitlichen Positionen der Maxima der gemessenen THz-Felder $E(t)$ geben die Laufzeitunterschiede der Impulse an, woraus sich die effektiven Brechungsindizes abschätzen lassen.

Die so gewonnenen effektiven Brechungsindizes der verschiedenen Materialien dienen jedoch nur als Richtwerte. Für die untersuchte Quantenfilmprobe erfolgt eine Feineinstellung der effektiven Brechungsindizes und Dicken L_1 bis L_3 durch Vergleich einer gemessenen THz-Transmission durch die gesamte Probe mit der THz-Transmission durch Saphir mit Hilfe des Transfer-Matrix-Algorithmus. Dazu wird das durch die Probe transmittierte Feld E_P und das ausschließlich durch den Saphir transmittierte Feld E_S gemessen. Mittels des Transfer-Matrix-Algorithmus lassen sich die entsprechenden Transmissionsfunktionen $\tau_P \equiv \tau$ und τ_S aufstellen. Durch Verhältnisbildung

$$\frac{E_P(\omega)}{E_S(\omega)} = \frac{\tau_P(\omega)}{\tau_S(\omega)} \quad (\text{A.16})$$

kann man die Parameter für die Probe fein einstellen, so dass eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen den Messungen und dem Verhältnis der errechneten Transmissionsfunktionen entsteht. Diese Messungen werden sämtlich ohne optische Anregung des Mehrfachquantenfilmes durchgeführt, die Matrix M_ξ wird daher bei der Berechnung von $\tau_P \equiv \tau$ und τ_S nicht verwendet.

Zur Korrektur der Messungen, welche in Kapitel 5 präsentiert werden, werden letztlich folgende Brechungsindizes verwendet:

¹umgangssprachlich: Mikrometerschraube

Material:	Effektiver Brechungsindex:
GaAs-Legierungen	3,6
Saphir	3,1
UV-Klebstoff	1,6

Die Dicken L_l der Quantenfilmprobe werden zu $L_1 = 2\,\mu\text{m}$ und $L_2 = L_3 = 1\,\mu\text{m}$ ermittelt. Der frequenzabhängige Verlauf von $F_{\text{TM}}(\omega)$ für die Quantenfilmprobe wurde bereits in Abbildung 5.3 in Kapitel 4 gezeigt, wird im Folgenden jedoch noch einmal durch Abbildung A.3 illustriert.

Lässt man den THz-Impuls rückwärts durch die Probe laufen, also entlang der Schichtreihenfolge Luft-Halbleiter-Kleber-Saphir, so ergibt sich für die Transfer-Matrix-Korrekturfunktion $F_{\text{TM}}(\omega)$ ein identischer Verlauf wie in Abbildung A.3 dargestellt. Es spielt daher keine Rolle, wie die Probe auf ihrem Halter orientiert ist, der THz-Impuls also Saphir-seitig oder Halbleiter-seitig zuerst auf die Probenstruktur trifft.

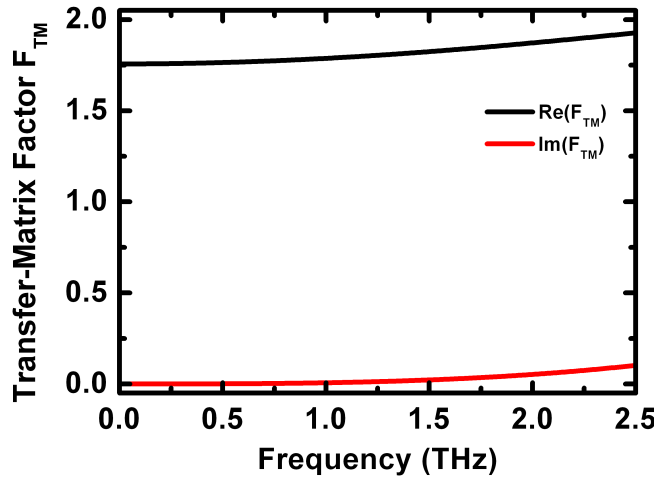


Abbildung A.3: Transfer-Matrix-Korrekturfaktor F_{TM} der Quantenfilmprobe in Abhängigkeit von der THz-Frequenz. Die schwarze Kurve bezeichnet den Realteil von F_{TM} , die rote Kurve den Imaginärteil.

A.3 Transfer-Matrix-Kalkulation für die 2DEG-Heterostruktur

Analog zum Falle der Quantenfilmprobe, wird die 2DEG-Heterostruktur in die Schichten Luft-Chrom-Halbleiter unterteilt, mit den Brechungsindizes n_0 , n_1 und n_2 in entsprechender Reihenfolge. Erneut wird aufgrund des vernachlässigbaren Brechungsindexunterschiedes nicht zwischen GaAs und (AlGa)As unterschieden. Abbildung A.4 zeigt das Unterteilungsschema der 2DEG-Heterostruktur. Ebenso wie im Falle des Saphirsubstrates der Quantenfilmprobe kann hier das 0,5 mm dicke GaAs-Substrat der 2DEG-Heterostruktur im Transfer-Matrix-Modell als unendlich dick angenommen werden. Die Dicke des Chrom-Kontaktes wird durch L_1 , der Abstand zwischen 2DEG und Chrom-Kontakt durch L_2 gegeben. Das Gleichungssystem für die 2DEG-Heterostruktur lautet dann

$$\begin{pmatrix} E_{f2} \\ E_{b2} \end{pmatrix} = M_{2\text{DEG}} \begin{pmatrix} E_{f0} \\ E_{b0} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Die charakteristischen Matrix $M_{2\text{DEG}}$ ergibt sich entsprechend der modellierten Schichtfolge zu

$$M_{2\text{DEG}} = M_\xi P_2(L_2) M_{12} P_1(L_1) M_{01}. \quad (\text{A.18})$$

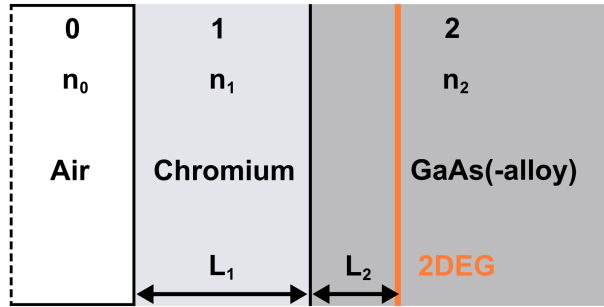


Abbildung A.4: Transfer-Matrix-Modell der 2DEG-Heterostruktur. Die Schichtfolge ist Luft (0), Chrom (1) und Halbleiter (2) mit den entsprechenden Brechungsindizes n_0 bis n_2 . Die Dicke des Chrom-Kontaktes wird durch L_1 angegeben. Der Abstand L_2 bezeichnet die Lage des 2DEG innerhalb der Halbleiterprobe. Da das folgende Halbleitersubstrat hinreichend dick ist, so dass seine interne Reflexion im Experiment nicht mehr gemessen wird, spielt seine Dicke für den Transfer-Matrix-Algorithmus keine Rolle.

Erneut fügt sich die Transmissionsfunktion $\tilde{\tau}$ der Gesamtstruktur unter Berücksichtigung des 2DEG in die Gestalt

$$\tilde{\tau} = \tau \frac{1}{1 - i\xi F_{\text{TM}}}, \quad (\text{A.19})$$

mit der Transmission τ ohne 2DEG und der Transfer-Matrix-Korrekturfunktion F_{TM} gemäß

$$\tau = \frac{t_{01}t_{12}e^{i(\phi_{11}+\phi_{22})}}{1 + r_{01}r_{12}e^{2i\phi_{11}}}, \quad (\text{A.20})$$

$$F_{\text{TM}} = 1 - \frac{e^{2i\phi_{22}}(r_{01}e^{2i\phi_{11}} + r_{12})}{1 + r_{01}r_{12}e^{2i\phi_{11}}}. \quad (\text{A.21})$$

Als effektiver Brechungsindex für GaAs und (AlGa)As wird für die 2DEG-Heterostruktur derselbe Wert verwendet, wie im Falle der Quantenfilmprobe. Aus Abbildung 5.12, welche den schematischen Aufbau der 2DEG-Heterostruktur illustriert, ergeben sich für die Längen $L_1 = 4 \text{ nm}$ und $L_2 = 115 \text{ nm}$. Die Bestimmung des Brechungsindex des Chrom-Kontaktes erfolgt ähnlich wie in Abschnitt A.2 geschildert.

Es wird sowohl das durch die Probe und den Chrom-Kontakt transmittierte THz-Feld E_{mCr} , als auch das ausschließlich durch die Halbleiterstruktur, aber nicht durch den Chrom-Kontakt, transmittierte THz-Feld E_{oCr} gemessen. Die Vergleichsmessungen werden ebenso wie die in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen Messungen der THz-Antwort des Ladungsträgersystems bei einer Temperatur von 10 K durchgeführt. Die Probe bleibt hier jedoch unkontaktiert, um identische Eigenschaften des 2DEG für alle Messungen sowohl unter dem Chrom-Kontakt, als auch außerhalb des vom Chrom überdeckten Bereichs zu gewährleisten. Erneut erhält man die Parameter für das Chrom in Analogie zu Gleichung (A.16) durch Anpassen des Quotienten der entsprechenden Transmissionsfunktionen an den Quotienten der gemessenen Felder $E_{\text{mCr}}(\omega)$ und $E_{\text{oCr}}(\omega)$. Anhand der Messungen ergibt sich ein effektiver Brechungsindex von etwa $n = 10 + i35$ für den Chrom-Kontakt.

Der Brechungsindex des Chroms lässt sich auf diese Weise allerdings nur mit einer großen Unsicherheit bestimmen. Ignoriert man jedoch die Chromschicht bei der Berechnung des Korrekturfaktors F_{TM} vollständig, so ergibt sich ein sehr ähnlicher Verlauf des Korrekturfaktors F_{TM} . Das spektrale Verhalten von F_{TM} wird in den Abbildungen 5.20 und A.5 dargestellt. Die Chromschicht trägt nur unwesentlich zum spektralen Verlauf von F_{TM} bei. Die große Unsicherheit bei der Bestimmung des Brechungsindex für Chrom ist daher nahezu irrelevant. Ebenso ist der Imaginärteil von F_{TM} gegenüber dem Realteil vernachlässigbar klein.

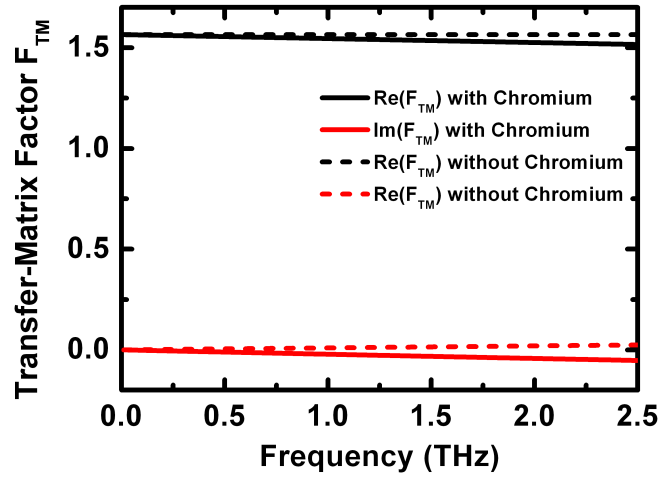


Abbildung A.5: Transfer-Matrix-Korrekturfaktor F_{TM} der 2DEG-Probe in Abhängigkeit von der THz-Frequenz. Die schwarzen Kurven bezeichnen den Realteil von F_{TM} , die roten Kurven den Imaginärteil. Die durchgezogenen Kurven veranschaulichen den Verlauf des Transfer-Matrix-Korrekturfaktors unter Berücksichtigung des Chrom-Kontaktes, die gestrichelten Kurven unter Vernachlässigung des Chrom-Kontaktes. Es zeigt sich, dass der Einfluss des Chrom-Kontaktes auf den Korrekturfaktor eher unerheblich ist.

Literaturverzeichnis

- [Aus84a] D. H. AUSTON, K. P. CHEUNG und P. R. SMITH. *Appl. Phys. Lett.*, **45**(3): 284–286, 1984.
- [Aus84b] D. H. AUSTON, K. P. CHEUNG, J. A. VALDMANIS und D. A. KLEINMAN. *Phys. Rev. Lett.*, **53**(16): 1555–1558, 1984.
- [Bas62] M. BASS, P. A. FRANKEN, J. F. WARD und G. WEINREICH. *Phys. Rev. Lett.*, **9**(11): 446–448, 1962.
- [Bea00] M. C. BEARD, G. M. TURNER und C. A. SCHMUTTENMAER. *Phys. Rev. B*, **62**(23): 15764–15777, 2000.
- [But98] T. BUTZ. *Fouriertransformation für Fußgänger*. 1998.
- [Chu92] S. L. CHUANG, S. SCHMITT-RINK, B. I. GREENE, P. N. SAETA und A. F. J. LEVI. *Phys. Rev. Lett.*, **68**(1): 102–105, 1992.
- [Dre05] A. DREYHAUPT, S. WINNERL, T. DEKORSY und M. HELM. *Appl. Phys. Lett.*, **86**(12): 121114, 2005.
- [Fat88] C. FATTINGER und D. GRISCHKOWSKY. *Appl. Phys. Lett.*, **53**(16): 1480–1482, 1988.
- [Fat89] C. FATTINGER und D. GRISCHKOWSKY. *Appl. Phys. Lett.*, **54**(6): 490–492, 1989.
- [Feh82] G. W. FEHRENBACH, W. SCHÄFER, J. TREUSCH und R. G. ULBRICH. *Phys. Rev. Lett.*, **49**(17): 1281–1284, 1982.
- [Gal99] G. GALLOT, J. ZHANG, R. MCGOWAN, T.-I. JEON und D. GRISCHKOWSKY. *Appl. Phys. Lett.*, **74**(23): 3450, Juni 1999.
- [Gal05] I. GALBRAITH, R. CHARI, S. PELLEGRINI, P. J. PHILLIPS, C. J. DENT, A. F. G. VAN DER MEER, D. G. CLARKE, A. K. KAR, G. S. BULLER, C. R. PIDGEON, B. N. MURDIN, J. ALLAM und G. STRASSER. *Phys. Rev. B*, **71**(7): 073302, 2005.
- [Gol08] D. GOLDE, M. KIRA und S. W. KOCH. Band 6892, Seite 68921F. SPIE, 2008.

- [Gol09] D. GOLDE, M. WAGNER, D. STEHR, H. SCHNEIDER, M. HELM, A. M. ANDREWS, T. ROCH, G. STRASSER, M. KIRA und S. W. KOCH. *Phys. Rev. Lett.*, **102**(12): 127403, 2009.
- [Gri76] C. C. GRIMES und G. ADAMS. *Phys. Rev. Lett.*, **36**(3): 145–148, 1976.
- [Gro94] R. H. M. GROENEVELD und D. GRISCHKOWSKY. *Journal of the Optical Society of America B*, **11**: 2502, 1994.
- [Gru06] T. GRUNWALD. Diplomarbeit, Philipps-Universität Marburg, 2006.
- [Har78] F. J. HARRIS. *Proceedings of the IEEE*, **66**(1): 51–83, 1978.
- [Har87] J. J. HARRIS, C. T. FOXON, K. W. J. BARNHAM, D. E. LACKLISON, J. HEWETT und C. WHITE. *Journal of Applied Physics*, **61**(3): 1219–1221, 1987.
- [Hau84] H. HAUG und S. SCHMITT-RINK. *Progress in Quantum Electronics*, **9**: 3, 1984.
- [Hau04] H. HAUG und S. W. KOCH. *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors (4th ed.)*. World Scientific, 2004.
- [Hu90] B. B. HU, X.-C. ZHANG, D. H. AUSTON und P. R. SMITH. *Appl. Phys. Lett.*, **56**(6): 506–508, 1990.
- [Hub01] R. HUBER, F. TAUSER, A. BRODSCHELM, M. BICHLER, G. ABSTREITER und A. LEITENSTORFER. *Nature*, **414**: 286–289, 2001.
- [Hub04] R. HUBER. Dissertation, Technische Universität München, 2004.
- [Hub05] R. HUBER, R. A. KAINDL, B. A. SCHMID und D. S. CHEMLA. *Phys. Rev. B*, **72**(16): 161314, 2005.
- [Iba02] H. IBACH und H. LÜTH. *Festkörperphysik (6. Auflage)*. Springer-Verlag, 2002.
- [Jan97] F. JANHKE, M. KIRA und S. W. KOCH. *Z. Phys. B*, **104**: 559–572, 1997.
- [Jun08] T. JUNG. Diplomarbeit, Philipps-Universität Marburg, 2008.
- [Kai03] R. A. KAINDL, M. A. CARNAHAN, D. HÄGELE, R. LÖVENICH und D. S. CHEMLA. *Nature*, **423**: 734–738, 2003.
- [Khi99] G. KHITROVA, H. M. GIBBS, F. JAHNKE, M. KIRA und S. W. KOCH. *Rev. Mod. Phys.*, **71**(5): 1591, 1999.
- [Kir01] M. KIRA, W. HOYER, T. STROUCKEN und S. W. KOCH. *Phys. Rev. Lett.*, **87**(17): 176401, 2001.
- [Kir03] M. KIRA, W. HOYER und S. W. KOCH. *Solid State Communications*, **129**: 733–736, 2003.

- [Kir04] M. KIRA und S. W. KOCH. *Phys. Rev. Lett.*, **93**(7): 076402, 2004.
- [Kir06] M. KIRA und S. W. KOCH. *Progress in Quantum Electronics*, **30**(5): 155, 2006.
- [Kli80] K. v. KLITZING, G. DORDA und M. PEPPER. *Phys. Rev. Lett.*, **45**(6): 494–497, 1980.
- [Kli05] C. KLINGSHIRN. *Semiconductor Optics (2nd Edition)*. Springer-Verlag, 2005.
- [KO02] T. KLEINE-OSTMANN, M. KOCH und P. DAWSON. *Microwave and Optical Technology Letters*, **35**(5): 343–345, 2002.
- [KO04a] T. KLEINE-OSTMANN, P. DAWSON, K. PIERZ, G. HEIN und M. KOCH. *Appl. Phys. Lett.*, **84**(18): 3555–3557, 2004.
- [KO04b] T. KLEINE-OSTMANN, K. PIERZ, G. HEIN, P. DAWSON und M. KOCH. *Nanosensing: Materials and Devices (Proceedings of SPIE)*, **5593**: 521–532, 2004.
- [Koc03] S. W. KOCH, W. HOYER, M. KIRA und V. S. FILINOV. *Physica Status Solidi (b)*, **238**(3), 2003.
- [Köh07] D. KÖHLER. Diplomarbeit, Philipps-Universität Marburg, 2007.
- [Lin54] J. LINDHARD. *Mat.-fys. Medd.*, **28**: 2, 1954.
- [Löf03] T. LÖFFLER. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, 2003.
- [Mot74] N. F. MOTT. *Metal-Insulator Transitions*. Taylor and Francis, London, 1974.
- [Nah96] A. NAHATA, A. S. WELING und T. F. HEINZ. *Appl. Phys. Lett.*, **69**(16): 2321, Oktober 1996.
- [Nus98] M. C. NUSS und J. ORENSTEIN. *Millimeter-Wave Spectroscopy Of Solids*, Band 74 von *Springer Topics in Applied Physics*. 1998.
- [Pau58] J. L. VAN DER PAUW. *Philips Research Reports*, **13**(1): 1–9, 1958.
- [Pau59] J. L. VAN DER PAUW. *Philips Technical Review*, **20**: 220–224, 1959.
- [Pey93] N. PEYGHAMBARIAN, S. W. KOCH und A. MYSYROWICZ. *Introduction to Semiconductor Optics*. Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [Ric94] A. RICE, Y. JIN, X. F. MA, X.-C. ZHANG, D. BLISS, J. LARKIN und M. ALEXANDER. *Appl. Phys. Lett.*, **64**(11): 1324–1326, 1994.
- [Sch83] H. SCHWEIZER, A. FORCHEL, A. HANGLEITER, S. SCHMITT-RINK, J. P. LÖWENAU und H. HAUG. *Phys. Rev. Lett.*, **51**(8): 698–701, Aug 1983.

- [Sch01] M. SCHALL, M. WALTHER und P. U. JEPSEN. *Phys. Rev. B*, **64**: 094301, 2001.
- [SJA77] J. S. J. ALLEN, D. C. TSUI und R. A. LOGAN. *Phys. Rev. Lett.*, **38**(17): 980–983, 1977.
- [Ste67] F. STERN. *Phys. Rev. Lett.*, **18**(14): 546–548, 1967.
- [Ste08] J. T. STEINER, M. KIRA, S. W. KOCH, T. GRUNWALD, D. KÖHLER, S. CHATTERJEE, G. KHITROVA und H. M. GIBBS. *Advances in Solid State Physics*, **47**: 223–235, 2008.
- [The78] T. N. THEIS, J. P. KOTTHAUS und P. J. STILES. *Solid State Communications*, **26**: 603–606, 1978.
- [Ton29] L. TONKS und I. LANGMUIR. *Phys. Rev.*, **33**: 195–210, 1929.
- [Tsu82] D. C. TSUI, H. L. STORMER und A. C. GOSSARD. *Phys. Rev. Lett.*, **48**(22): 1559–1562, 1982.
- [Č96] J. ČERNE, J. KONO, M. S. SHERWIN, M. SUNDARAM, A. C. GOSSARD und G. E. W. BAUER. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(6): 1131–1134, 1996.
- [Wu96] Q. WU und X.-C. ZHANG. *Appl. Phys. Lett.*, **68**(12): 1604–1606, 1996.
- [Wu97] Q. WU und X.-C. ZHANG. *Appl. Phys. Lett.*, **70**(14): 1784, April 1997.
- [Xu92] L. XU, X.-C. ZHANG und D. H. AUSTON. *Appl. Phys. Lett.*, **61**(15): 1784–1786, 1992.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mich während meiner Promotion begleitet und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Zuerst gilt mein Dank Prof. Dr. W. W. Rühle und PD. Dr. Sangam Chatterjee für die Ermöglichung dieser Promotion und der wirklich exzellenten und umfassenden Betreuung. Insbesondere PD. Dr. Sangam Chatterjee bot mit seiner Erfahrung, seinen Ideen und Anregungen, sowie seinem Einsatz und seinem stets offenen Ohr für jedwedes Problem eine insgesamt unschätzbare Unterstützung, die entscheidend für meine gesamte Arbeit und Promotion war.

Danken möchte ich auch meinen Diplomanden Tilmann Jung und David Köhler für die sehr gute Zusammenarbeit im Laufe der letzten drei Jahre. Gemeinsam mit ihnen konnte die gesamte Arbeit, sowohl im Labor als auch in allen anderen Belangen, viel besser und effizienter gestaltet werden, als dies im Alleingang möglich gewesen wäre. Ebenso verdanke ich ihnen viele zielführende Ideen, Einwände und Diskussionen. Auch allen anderen Kollegen und Kolleginnen der Arbeitsgruppe danke ich vielmals für die erhellenden Diskussionen, sowie für gute Ratschläge und vielfältige Hilfe.

Zusätzlich möchte ich mich noch bei Prof. Dr. S. W. Koch, Prof. Dr. M. Kira und insbesondere bei Daniel Golde aus der Theoretischen Halbleiterphysik für die gute Zusammenarbeit und Unterstützung in theoretischen Dingen bedanken. Die gemeinsamen Diskussionen mit ihnen haben diese Arbeit maßgeblich beeinflusst. Daniel Golde hat darüber hinaus auch die mikroskopischen Rechnungen zu den experimentellen Ergebnissen beigesteuert.

Rüdiger Rink, Hermann Günther und der feinmechanischen Werkstatt seien gedankt für die stets professionellen Lösungen bei mechanischen Problemen im experimentellen Aufbau. Ohne sie wäre der experimentelle Aufbau in seiner jetzigen Form nicht machbar gewesen, da zentrale Bauteile des Versuchsaufbaus von ihnen eigens konstruiert wurden. Dies gilt in gleichem Umfang auch für Dr. Matthias Born, Carsten Schindler und dem Team des Elektronik-Labors, die mich bei elektronischen Problemen aller Art stets umfassend unterstützt haben.

Es war mir eine große Freude an diesem Fachbereich und insbesondere in dieser Arbeitsgruppe mitarbeiten zu dürfen. Insgesamt herrschte stets ein hervorragendes Betriebsklima und freundschaftliches Verhältnis. Ich werde die gemeinsame Zeit mit euch vermissen.

Besonderer Dank geht an meine Frau Laura Grunwald und meine Familie. Ohne Eure Geduld und Unterstützung, sowie euer Vertrauen, wäre diese Promotion nicht möglich gewesen.

Publikationen und Vorträge

- Vortrag: *Terahertz Signatures of Plasmons in a Two Dimensional Electron Gas*. CLEO/IQEC Tagung, Baltimore, USA (04. Juni 2009)
- S. Chatterjee, T. Grunwald, D. Köhler, K. Pierz, D. Golde, M. Kira und S.W. Koch. *THz measurements of the optical response in a two-dimensional electron gas*. Phys. Status Solidi C 6, No.2, 453-456 (2009), Wiley-VCH, Berlin
- T. Grunwald, T. Jung, D. Köhler, S.W. Koch, G. Khitrova, H.M. Gibbs, R. Hey und S. Chatterjee. *Measurement of intraexcitonic transition signatures via THz Time-Domain Spectroscopy: A GaAs/(AlGa)As - (GaIn)As/GaAs comparison*. Phys. Status Solidi C 6, No.2, 500-503 (2009), Wiley-VCH, Berlin
- Vortrag: *THz-spectroscopy on a 2D electron gas*. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Berlin (29. Februar 2008)
- J. T. Steiner, M. Kira, S. W. Koch, T. Grunwald, D. Köhler, S. Chatterjee, G. Khitrova, und H. M. Gibbs. *Interaction of THz Radiation with Semiconductors: Microscopic Theory and Experiments*. Advances in Solid State Physics, Vol 47 (2008) 223-235, Springer Berlin/Heidelberg
- T. Grunwald. *Aufbau eines Terahertz-Time-Domain-Spektrometers zur Untersuchung von THz-Absorption durch intraexzitronische Übergänge in (GaIn)As-Quantenfilmen*. Diplomarbeit, Fachbereich Physik, Philipps-Universität Marburg (2006).

Wissenschaftlicher Werdegang

TORBEN GRUNWALD

geboren am 09.09.1980
in Marburg (Lahn), Hessen.

06.2000	Abitur, Elisabeth-Gymnasium, Marburg
07.2000 - 05.2001	Zivildienst am Klinikum der Philipps-Universität, Marburg, Medizinisches Zentrum für Radiologie, Abteilung für Strahlenschutz
10.2001 - 12.2005	Studium der Physik (Diplom), Philipps-Universität, Marburg
12.2005 - 09.2006	Diplomarbeit, Philipps-Universität, Marburg Fachbereich Physik AG Experimentelle Halbleiterphysik bei Prof. Dr. W. W. Rühle
seit 10.2006	Promotion, Philipps-Universität, Marburg Fachbereich Physik AG Experimentelle Halbleiterphysik bei Prof. Dr. W. W. Rühle

